Introduction

Depuis des siècles, les études économiques se sont intéressées aux fonctionnements des mécanismes de l'économie réelle, surtout à travers l'étude de l'offre et de la demande. Cette dernière est régie par des échanges monétaires pour que les agents acquièrent les biens réels désirés. Lesdits échanges se sont organisés dans l'histoire, en passant par le troc, pour donner naissance à des circuits monétaires définis par l'offre et la demande de la monnaie. En avançant dans l'histoire économique, on trouve que ces processus se sont étendus à la finance et à l'apparition des marchés bancaires et d'autres marchés qu'on observe aujourd'hui, surtout après les années 2000 (marchés boursiers, marchés de change, marchés de crédit, marchés dérivés…). Cette complexité est maitrisée grâce à des politiques monétaires établies par les Banques Centrales. Toutefois, le rôle de la monnaie ne se limite pas uniquement à assurer des échanges commerciaux. En effet, les études ont montré que les fluctuations monétaires impactent l'économie réelle via différents mécanismes, tel que celui de l'inflation. Pour cette raison, les Banques Centrales prennent en charge la mission de mise en place d'une politique monétaire efficace, qui soutient l'économie et qui maîtrise l'inflation.

Au départ, les stratégies des politiques monétaires étaient traduites par la littérature économique qui se fondait sur des concepts de philosophie et de sociologie. Avec l'intégration du concept mathématique dans l'économie, les études de politique monétaire ont pris une tendance plus scientifique qui essaye d'analyser avec précision l'impact de chaque décision qui pourrait être prise par le décideur. Ainsi, plusieurs études scientifiques ont surgies pour expliquer les mécanismes des politiques économiques afin de déduire l'impact de n'importe quelle stratégie sur l'économie réelle. Ces études se sont généralement basées sur des approches de modélisation économétrique, telles que : la modélisation avec les équations simultanées, la modélisation VAR ou encore la modélisation SVAR… Malgré l'existence de plusieurs alternatives dans la modélisation économétrique, l'approche SVAR a montré de très bons résultats lors de son application pour l'explication des stratégies et des phénomènes monétaires.

Par conséquent, aujourd'hui, grâce à l'apport de la modélisation et à l'existence des modèles vectoriels, les auteurs peuvent étudier simultanément plusieurs variables en interaction (variables monétaires, variables économiques, variables financières…).

Ainsi, une telle modélisation permet aux auteurs d'analyser l'impact de n'importe quelle variable sur le reste des composantes de l'économie en question.

Malgré la réussite, théorique et empirique, de cette approche, plusieurs auteurs l'ont critiqué. En effet, ces derniers considèrent qu'une telle approche, analyse et prévoit la situation économique en se basant uniquement sur les données historiques des variables. Ainsi, afin de remédier à une telle limite, plusieurs travaux ont essayé d'introduire d'autres informations sur le modèle SVAR en question, à travers la distribution de probabilité à priori, d'où l'adoption de l'approche bayésienne. C'est dans ce cadre que des auteurs tels que Sims et Zha (1998), ont essayé d'introduire un cadre complet à la modélisation B-SVAR. Cette modélisation donnera, d'après les résultats théoriques et analytiques, une meilleure précision au modèle ainsi que des interprétations plus riches.

Dans cette optique de modélisation qui essaye d'améliorer de plus en plus les performances des modèles économétriques, les Banques Centrales, partout dans le monde, développent les nouvelles approches afin d'avoir une meilleure visibilité sur leurs stratégies et sur l'impact de leurs politiques monétaires sur l'économie réelle. Ainsi, la Banque Centrale de la Tunisie n'est pas épargnée. En effet, ladite structure essaye de maîtriser l'inflation afin de ne pas impacter négativement la consommation et la qualité de vie en Tunisie, d'un côté, et elle joue le rôle de renforcement du secteur bancaire pour qu'il puisse contribuer au financement de l'économie, de l'autre côté.

C'est dans ce cadre, d'analyse et de prévision de la politique monétaire en Tunisie qu'on a lancé notre travail intitulé « l'application de l'approche B-SVAR pour l'analyse des chocs monétaires et économiques en Tunisie ». Ce travail s'intéressera principalement à l'étude de l'interaction entre différentes variables monétaires et économiques de la Tunisie en s'appuyant sur l'approche B-SVAR. Mais on essayera aussi de voir l'apport de l'introduction de l'approche bayésienne au niveau de la modélisation SVAR, en comparant les performances d'un modèle SVAR et celles d'un modèles B-SVAR.

Afin d'arriver à cet objectif, on a appliqué les techniques vectorielles autorégressives en introduisant une information à priori sur les variables du modèle, en s'appuyant sur le logiciel R, ainsi que sur plusieurs de ses packages téléchargeables.

Au cours de ce travail on commencera par la présentation d'une revue de la littérature, afin de définir le cadre théorique de la modélisation SVAR, de la modélisation B-SVAR et des techniques qui permettront la comparaison des

performances des deux modèles. En s'appuyant sur le cadre théorique défini, le deuxième chapitre de ce travail, traitera une application empirique sur des données tunisiennes, en analysant en premier lieu les outputs du modèle SVAR et ceux du modèle B-SVAR, pour passer en deuxième lieu à une comparaison empirique des performances des deux modèles.

Chapitre 1

Les modèles SVAR et B-SVAR dans leurs cadres théoriques : présentation, estimation et mesures de performance

Introduction :

Depuis quelques temps, la modélisation économétrique a trouvé dans les modèles vectoriels autorégressifs une alternative efficace pour pouvoir modéliser l'économie réelle sans passer par les modèles d'équilibre général qui demandent plus de précision dans la modélisation et dans le choix des équations qui représentent l'économie. Ces derniers ont vu le jour par l'introduction des modèles VAR considérés comme modèles a-théorique (une notion qui sera expliquée dans ce qui suit), pour laisser une place par la suite aux modèles SVAR qui ont apportés du nouveau quant à la signification des phénomènes économiques.

En parallèle, dans plusieurs domaines, outre que l'économie, tels que : le domaine médical, le domaine de l'électronique ou encore du traitement des signaux…, les statistiques bayésiennes ont évolué, et à partir de la simple formule de Bayes, toute une théorie mathématique a vu le jour pour donner plus de précision aux analyses statistiques utilisées dans n'importe quel domaine scientifique. Au fil des années les économètres ont essayé d'introduire ces approches bayésiennes dans leurs modèles afin d'améliorer leurs qualités. Et dans le même cadre, il y a eu l'introduction de l'approche bayésienne dans les modèles SVAR, d'où la naissance du modèle B-SVAR.

Au cours de ce travail, on va se concentrer sur deux approches de modélisation : la modélisation SVAR et la modélisation B-SVAR, pour se pencher finalement sur une comparaison empirique des performances en termes de qualité d'estimation et de prévision des deux modèles. Mais avant de nous lancer dans des travaux empiriques, ce premier chapitre sera dédié à une présentation théorique des deux approches. En effet, on commencera par mettre en place un cadre théorique pour les modèles SVAR, via ses différentes caractéristiques (stationnarité, condition d'identification, fonction d'impulsion…). Ensuite, on introduira quelques généralités et principes de la statistique bayésienne pour enchainer avec les modèles B-SVAR. Au niveau de la dernière section, on définira un cadre théorique aux différentes mesures et approches qui nous permettrons au niveau du second chapitre de comparer les performances des deux modèles, SVAR et B-SVAR. Cette section se caractérisera par la présentation des travaux de base dans l'approche B-SVAR tels que celui de Sims et Zha (1998) ou encore celui de Waggoner et Zha (2003).

1. La modélisation SVAR :

La modélisation SVAR est un prolongement de la modélisation VAR, qui est considérée comme une approche a-théorique, qui se limite à l'étude de la dynamique des variables sans aucune base économique, vue l'omission des effets instantanés entre les variables. Par conséquent, l'apparition des modèles SVAR n'est qu'une réponse pour remédier à cette principale limite. En effet, une étape fondamentale de la modélisation VAR 'structurel' est l'intégration des relations instantanées qui lient les différentes variables entre elles. D'où le passage des chocs issus d'un VAR canonique à des chocs pouvant être interprétés sur le plan économique.

Admettons que le vecteur de nos variables temporelles d'intérêt est Y_t de dimension n. La forme structurelle du VAR s'écrit :

$AY_t = B_1Y_{t-1} + \dots + B_pY_{t-p} + \varepsilon_t$ (1) ; avec Ω matrice variance covariance des erreurs.

Cette forme se caractérise par des termes d'innovations considérés comme des chocs structurels orthogonaux deux à deux. D'un autre coté, la forme réduite de cette dernière s'obtient en multipliant l'équation ci-dessus par A^{-1}, et on aura, par conséquent :

$Y_t = A^{-1}B_1Y_{t-1} + \dots + A^{-1}B_pY_{t-p} + A^{-1}\varepsilon_t$ (2); avec ∑ matrice variance covariance des erreurs.

Cette forme ressemble par identification à celle d'un modèle VAR standard, caractérisé par des coefficients Φ_i et par des termes d'innovations U_t. L'estimation d'un tel modèle standard aboutit aux valeurs estimées des paramètres : $(\hat{\Phi}_1, \dots, \hat{\Phi}_p; \hat{\sum})$. Par conséquent, l'identification des équations nous mène aux systèmes d'équation suivant :

$$\begin{cases} \hat{\Phi}_i = A^{-1}B_i \\ \hat{U}_t = A^{-1}\varepsilon_t \end{cases}$$

La deuxième équation met en relation la matrice de variance covariance Ω avec celle de la forme réduite estimée $\hat{\sum}$. Ce système pose des problèmes d'identification qui nuisent à la détermination des paramètres du modèle structurel initial. Par conséquent, pour aboutir à ce but, on devrait imposer $\frac{n(n-1)}{2}$ contraintes. Cette opération est connue par le nom de l'identification du VAR structurel. Pour ce faire,

les économètres se basent généralement sur la théorie économique afin d'imposer des contraintes au modèle pour le rendre estimable. Finalement, l'identification se caractérise par l'incorporation des contraintes de court terme ou des contraintes de long terme.

Dans ce qui suit, on étudiera les techniques d'identification dans le cas d'un modèle SVAR intégré d'ordre 0 (stationnaire).

1.1. Modèle SVAR stationnaire :

On consacrera cette partie à l'étude des modèles SVAR stationnaire (absence de la racine unité). La première partie sera dédiée à la présentation de l'approche de l'identification du modèle, pour enchainer ensuite avec la détermination de la fonction d'impulsion des chocs structurels.

1.1.1. Identification du modèle structurel :

1.1.1.1. Incorporation de contraintes de court terme de simultanéité triangulaires :

L'idée ici est de transformer le modèle structurel du départ à un modèle structurel récursif ou encore triangulaire. Ceci est par l'imposition des contraintes de court terme sur l'un des blocs triangulaires de la matrice A (inférieur ou supérieur). Cette technique est déduite à partir de la décomposition de la matrice variance covariance $\widehat{\sum}$, estimée, par la technique de Choleski. En effet, la décomposition s'écrit :

$$\widehat{\sum} = HDH'$$

Avec, D matrice diagonale et H matrice triangulaire supérieure (ou inférieure). Par des approches d'identification, on montre que la matrice des effets instantanés A est égale à H^{-1}. D'où la forme structurelle récursive qui nous permet d'imposer les contraintes nécessaires pour rendre le modèle estimable et interprétable par la suite.

Cette approche a été critiquée vu qu'elle revient sur la technique d'orthogonalisation des chocs par la décomposition de Choleski, sans recourt à la théorie économique. Pour remédier à cette limite, d'autres approches d'identification ont été proposées, et seront par la suite, détaillées dans la partie suivante.

1.1.1.2. Incorporation de contraintes de court terme de simultanéité non triangulaire :

Bernanke et Sims ont proposé une méthode plus générale qui englobe celle présentée, ci-dessus, de la décomposition de Choleski. En effet, cette approche

permet d'imposer des contraintes de court terme en se basant sur la théorie économique, sans tenir compte de l'aspect triangulaire de la matrice A.

1.1.1.3. Identification par des contraintes de Long Terme :

Les chocs structurels ont des effets de court terme et des effets cumulés qui persistent dans le temps. C'est dans ce cadre qu'on parle des effets de LT suite à un choc structurel. Cependant, ces effets ne persistent pas toujours dans le temps, d'après la théorie macroéconomique. En d'autres termes, il y a des chocs structurels qui n'affectent pas le comportement d'une variable à LT. Un exemple connu dans la théorie économique affirme que les chocs de demande n'ont pas d'effet de LT sur le PIB.

En partant de ce principe, l'économètre détecte les variables qui ne répondent pas à

des chocs à LT, pour imposer des contraintes d'identification afin de déterminer les paramètres du modèle SVAR initial.

Pour ce faire, considérons le modèle VAR standard représenté par les coefficients estimés $\hat{\Phi}_i$, et cherchons sa forme VMA(∞).

Cette dernière relation s'écrit, comme suit :

$$Y_t = \widehat{\Psi}(L).A^{-1}.\varepsilon_t$$

Pour passer à l'analyse des effets cumulés de LT, cette relation s'écrit par itération, sous la forme :

$$Y = \widehat{\Psi}(1).A^{-1}.\varepsilon = M\varepsilon$$

M est la matrice appelée, multiplicateur de LT. Les contraintes de longue période tirées de la théorie économique sont directement imposées sur les éléments de ladite matrice. L'imposition de ces contraintes nous donnera un ensemble d'équations non linéaires qui permettent d'identifier les éléments du VAR structurel.

Jusqu'à présent, on a réussi à présenter les approches d'identification ou bien du CT ou bien du LT. Toutefois, on pourra combiner les deux approches à travers n_1 contraintes de CT et n_2 contraintes de LT, tel que $n_1 + n_2 = \frac{n(n-1)}{2}$. Cette combinaison sera évoquée au cours du paragraphe suivant.

1.1.1.4. Identification par des contraintes de CT et de LT :

A travers un article publié en 1992, intitulé « How well does the IS/LM model fit postwar US data », Gali présente un modèle VAR structurel identifié grâce à l'incorporation d'un mélange de contraintes de CT et de LT.

En se basant sur nos analyses précédentes, il s'agit d'imposer n_1 contraintes sur la matrice des effets instantanés A, et n_2 contraintes sur la matrice des multiplicateurs de LT, M.

1.1.2. La fonction d'impulsion :

Une fois le modèle estimé et identifié, on pourra passer à l'étape de l'analyse des chocs. Cette analyse est importante sur le plan de l'interprétation économique, vu qu'elle permet d'identifier les réponses des variables suite à une politique économique. Dans le cas de la stationnarité du modèle, l'analyse des chocs consiste d'abord à expliciter la forme VMA(∞) par une approche classique, comme nous l'avons déjà montré pour incorporer des contraintes de long terme. Par conséquent, la fonction d'impulsion s'écrit comme suit :

$$Y_t = A^{-1}\varepsilon_t + \widehat{\Psi}_1 A^{-1}\varepsilon_{t-1} + \widehat{\Psi}_2 A^{-1}\varepsilon_{t-2} + \ \dots$$

$$Y_t = \Theta(L)\varepsilon_t \text{ avec } \Theta(L) = \sum_{k=0}^{\infty} \Theta_k L^k \text{ où } \Theta_k = \widehat{\Psi}_k A^{-1}$$

Pour simplifier l'approche, considérons que le modèle se compose de deux variables, par une écriture matricielle, on obtient :

$$\begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{11}^{(0)} & \theta_{12}^{(0)} \\ \theta_{21}^{(0)} & \theta_{22}^{(0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \theta_{11}^{(1)} & \theta_{12}^{(1)} \\ \theta_{21}^{(1)} & \theta_{22}^{(1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t-1} \\ \varepsilon_{2t-1} \end{bmatrix} + \cdots \ (3)$$

Les dynamiques des chocs sont représentées par les coefficients $\theta_{ij}^{(k)}$.

Afin de spécifier la permanence des chocs structurels, exprimons la forme VMA(∞) à l'instant t+s, et on aura :

$$\begin{bmatrix} Y_{1t+s} \\ Y_{2t+s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{11}^{(0)} & \theta_{12}^{(0)} \\ \theta_{21}^{(0)} & \theta_{22}^{(0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t+s} \\ \varepsilon_{2t+s} \end{bmatrix} + \cdots + \begin{bmatrix} \theta_{11}^{(s)} & \theta_{12}^{(s)} \\ \theta_{21}^{(s)} & \theta_{22}^{(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix} + \cdots$$

Par conséquent, les multiplicateurs de la dynamique des chocs, s'écrivent comme suit :

$$\frac{\partial Y_{1t+s}}{\partial \varepsilon_{1t}} = \theta_{11}^{(s)} \ ; \frac{\partial Y_{1t+s}}{\partial \varepsilon_{2t}} = \theta_{12}^{(s)}$$

$$\frac{\partial Y_{2t+s}}{\partial \varepsilon_{1t}} = \theta_{21}^{(s)} \; ; \frac{\partial Y_{2t+s}}{\partial \varepsilon_{2t}} = \theta_{22}^{(s)}$$

D'un point de vu géométrique, la courbe de la fonction d'impulsion se dessine par les points $\theta_{ij}^{(s)}$ en variant s dans temps, et pour i,j = 1,2. Toutefois, il faut noter que notre modèle est stationnaire, ce qui nous donne la relation suivante :

$$\lim_{s \to \infty} \theta_{ij}^{(s)} = 0$$

En d'autres termes, dans le cas stationnaire, les effets d'un choc structurel disparaissent à long terme.

Les termes $\theta_{ij}^{(s)}$, ne consistent pas uniquement à étudier les fonctions de réponse. En effet, ils servent à introduire des contraintes d'identification sur le modèle, tel était notre intérêt durant la première partie de cette section. Quelques exemples pourront nous éclaircir cette approche d'identification à partir des multiplicateurs de la dynamique des chocs.

Supposons que ε_{1t} n'a pas d'effet instantané sur la variable Y_{2t}. Alors, le terme $\theta_{21}^{(0)} = 0$. Ce terme n'est rien d'autre que le terme a_{21} de la matrice des effets instantané. D'où la conservation de l'approche précédemment introduite au niveau des contraintes de court terme.

Une autre illustration de cette approche d'identification, mais cette fois c'est sur les effets de long terme. Supposons que ε_{1t} n'a pas d'effet de long terme, cumulé, sur la variable Y_{2t}. Ceci se traduit par :

$$\theta_{12}(1) = \sum_{s=0}^{\infty} \theta_{12}^{(s)} = 0$$

Cette relation impacte la matrice des effets instantanés, par l'écriture suivante :

$$\Theta(1) = \begin{bmatrix} \theta_{11}(1) & 0 \\ \theta_{21}(1) & \theta_{22}(1) \end{bmatrix} = \Psi(1)A^{-1}$$

Cette première section nous a introduite à l'approche SVAR, en considérant le cas idéaliste des variables stationnaires, ce qui qualifie notre modélisation de rigide. En effet, dans la réalité économique, les variables sont généralement non stationnaires dans le temps. Cette vérité nous pousse à flexibiliser la modélisation SVAR en introduisant des variables non stationnaires dans le temps. La section suivante sera dédiée à l'exposition de telles contraintes tirées de la théorie économique.

1.2. Modèle SVAR non stationnaire :

L'absence de l'hypothèse de la stationnarité rend plusieurs démarches exposées au cours de la partie précédente erronées, telles que l'identification, la forme VMA ainsi que la fonction d'impulsion. De ce fait, la partie actuelle évoquera les modifications à intégrer au niveau de la démarche mathématique, pour résoudre le problème de la racine unité et pour pouvoir interpréter par la suite les résultats économiques. Face à un modèle SVAR non stationnaire, on pourrait être confronté à des variables toutes intégrées de même ordre, à des variables intégrées mais d'ordres différents ou encore à des variables intégrées et avec relation de cointégration…

Concernant nos développements, afin d'introduire cette hypothèse on considérera des cas classiques et fréquents dans les travaux de recherche. En effet, cette partie sera divisée en deux sections, où la première considérera un SVAR non stationnaire avec des variables toutes intégrées d'ordre 1 et sans relation de cointégration alors que la deuxième présentera un modèle combiné entre des variables I(1) avec cointégration et des variables I(0). L'intérêt de la deuxième section est de nous introduire à la notion des chocs permanents et des chocs transitoires.

1.2.1. Modèle SVAR pour des données I(1) non cointégrées :

Considérons le même modèle structurel (1), mais avec des variables en différence, ΔY_t. La forme VMA(∞) nous mène alors à l'écriture (3) avec des variables en différence. En s'appuyant sur la démarche précédente, on pourra définir les multiplicateurs de la dynamique des chocs, mais pour des variables en différence, comme le montre les équations ci-dessous :

$$\frac{\partial \Delta Y_{1t+s}}{\partial \varepsilon_{1t}} = \theta_{11}^{(s)} \; ; \frac{\partial \Delta Y_{1t+s}}{\partial \varepsilon_{2t}} = \theta_{12}^{(s)}$$

$$\frac{\partial \Delta Y_{2t+s}}{\partial \varepsilon_{1t}} = \theta_{21}^{(s)} \; ; \frac{\partial \Delta Y_{2t+s}}{\partial \varepsilon_{2t}} = \theta_{22}^{(s)}$$

Toutefois, l'économiste s'intéresse toujours à l'étude comportementale de la variable en niveau. Pour ce faire, il faudra passer par des traitements mathématiques, afin de déterminer la fonction de réponse d'une variable en niveau.

Commençons par écrire la variable Y_{it+s} sous la forme suivante :

$$Y_{it+s} = Y_{it-1} + \Delta Y_{it} + \Delta Y_{it+1} + \cdots + \Delta Y_{it+s}$$

Afin de quantifier la réponse à un choc ε_{jt}, calculons la dérivé partielle suivante :

$$\frac{\partial Y_{it+s}}{\partial \varepsilon_{jt}} = \frac{\partial \Delta Y_{it}}{\partial \varepsilon_{jt}} + \frac{\partial \Delta Y_{it+1}}{\partial \varepsilon_{jt}} + \cdots + \frac{\partial \Delta Y_{it+s}}{\partial \varepsilon_{jt}}$$

D'après la forme des multiplicateurs de la dynamique des chocs, on obtient :

$$\frac{\partial Y_{it+s}}{\partial \varepsilon_{jt}} = \theta_{ij}^{(0)} + \theta_{ij}^{(1)} + \cdots + \theta_{ij}^{(s)} = \sum_{h=0}^{s} \theta_{ij}^{(h)}$$

Dans ce cas, il faut noter la relation suivante :

$$\lim_{s \to \infty} \frac{\partial Y_{it+s}}{\partial \varepsilon_{jt}} = \theta_{ij}(1)$$

Ce résultat, contrairement à celui trouvé dans la partie précédente, prouve la persistance d'un choc à long terme. Ce résultat s'explique par la présence d'une tendance stochastique au niveau de la variable Y_{it}. Cette dernière pourrait être explicitée à l'aide de la technique de décomposition de Beveridge-Nelson. En évitons les étapes de calcule, cette technique part de la forme VMA(∞) en différence, et détermine par récurrence la forme de Y_t. Cette dernière forme contient l'expression de la tendance stochastique, qui s'exprime comme suit :

$$TS_t = \Theta(1) \sum_{k=1}^{t} \varepsilon_k$$

Avec $\Theta(1)$ est une matrice (n,n). Par conséquent l'absence de l'impact d'un choc à long terme, se traduit par la nullité de l'un des coefficients de ladite matrice, comme il a était évoqué par King and Watson (1997).

A titre d'exemple, considérons un modèle à deux variables. Supposons que ε_{2t} n'a pas d'effet de long terme sur la variable Y_{1t}. Ceci se traduit par la relation suivante :

$$\theta_{12}(1) = \sum_{h=0}^{s} \theta_{12}^{(h)} = 0$$

1.2.2. Modèle SVAR pour des données I(1) avec cointégration:

L'absence des relations d'équilibre de long terme, dans l'approche précédente, a impliqué la persistance des chocs, d'où la notion des chocs permanents. Toutefois, le travail de Blanchard et Quah (1989), a supposé l'existence de deux types de chocs dans un modèle avec cointégration, à savoir un choc permanent et un choc transitoire. Ce résultat était mis en place en considérant un modèle à deux variables

(I(1), I(0)) afin d'exposer la notion de décomposition des chocs, en choc permanent (choc d'offre) et en choc transitoire (choc de demande : choc monétaire). D'autres travaux, tels que celui de King et al. (1991), celui de Gonzalo and Ng (2001) ou encore celui de Gali (1192) et de Fisher (2006), ont flexibilisé l'approche en considérant n variables dans le modèle SVAR et en décomposant les chocs structurels en r chocs transitoires (nombre de relations de cointégration) et n-r chocs permanents.

Dans le présent travail, on s'est appuyé sur l'article publié par Pagan et Pesaran (2008), intitulé « Econometric analysis of structural systems with permanent and transitory shocks » qui essaye en s'appuyant sur les travaux antérieurs d'expliciter les équations qui dérivent du modèle vectoriel structurel à correction d'erreur SVECM, en tenant compte de la nature des chocs en présence de r-relations de cointégration.

Afin de voir brièvement l'idée de cette approche, on suivra la démarche et les notations proposées par l'article. En effet, pour spécifier la problématique, les auteurs proposent un modèle SVAR(2) à n variables I(1), sous la forme suivante :

$$A_0 y_t = B_1 y_{t-1} + B_2 y_{t-2} + \varepsilon_t$$

La forme VECM classique qui dérive de ce modèle est la suivante :

$$\Delta y_t = -\alpha\beta' y_{t-1} + \Psi \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Et on déduit alors l'écriture VECM structurelle, SVECM :

$$A_0 \Delta y_t = -\alpha^* \beta' y_{t-1} + B_2 \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t \text{ tel que : } \alpha^* = A_0 \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1^* \\ \alpha_2^* \end{bmatrix}$$

La principale idée de ce travail, était de montrer que la matrice des erreurs composées est divisée en deux blocs, dont un bloque correspond aux n-r chocs permanents ε_{1t}, et l'autre correspond aux r chocs transitoires ε_{2t} restants. En se basant sur des traitements matriciels, les auteurs montrent le résultat principal qui consiste à éliminer les termes de correction d'erreur pour les variables non cointégrées. En d'autres termes $\alpha_1^* = 0_{(n-r)\times r}$.

Grâce à ce résultat important le modèle s'écrit sous forme de deux systèmes d'équations.

Le premier système est celui des n-r équations, qui correspondent aux chocs permanents, s'écrivent comme suit, à partir du SVECM :

$$A_{11}^0 \Delta z_{1t} + A_{12}^0 \Delta z_{2t} = -B_{11}^2 \Delta z_{1,t-1} - B_{12}^2 \Delta z_{2,t-1} + \varepsilon_{1t}$$

Ainsi à partir du même modèle SVECM les r équations qui correspondent aux chocs transitoires et qui ont un terme à correction d'erreur, s'écrivent comme suit :

$$A_{21}^{0}\Delta z_{1t} + A_{22}^{0}\Delta z_{2t} = -\alpha_{2}^{*}\xi_{t-1} - B_{11}^{2}\Delta z_{1,t-1} - B_{12}^{2}\Delta z_{2,t-1} + \varepsilon_{2t}$$

En s'appuyant sur ce système d'équation, les auteurs déterminent les estimations des paramètres, à l'aide des identifications économiques.

<u>Conclusion :</u>

Certes les modèles SVAR présentent un moyen solide et pratique pour pouvoir modéliser une économie donnée et pour pouvoir interpréter par la suite les chocs externes ainsi que les chocs de politique économique (chocs d'offre, choc de demande). Cependant, comme la plupart des modèles économétriques, le modèle SVAR s'appuie uniquement sur l'information disponible au niveau des données avec l'intégration des contraintes de la théorie économique pour pouvoir analyser les chocs. Par conséquent, l'approche classique qui ignore l'aspect inobservable peut limiter l'interprétation économique. Pour ces raisons, il y a eu le développement de l'approche de l'estimation bayesienne à travers les modèles SVAR Bayesiens, B-SVAR. Grâce à cette approche, l'économètre pourrait introduire des informations supplémentaires sur les contraintes d'identifications ainsi que sur les paramètres du modèle en s'appuyant sur des distributions probabilisées, appelées distributions à priori. Dans une prochaine étape, nous allons introduire cette approche dans les modèles structurelles, mais avant cela, la partie suivante sera dédiée à l'exposition des techniques de la statistique bayesienne en général.

2. Les principaux principes de l'inférence Bayesienne:

L'approche bayésienne se base sur le théorème de Bayes qui cherche à identifier une probabilité à posteriori en s'appuyant sur l'information disponible de l'échantillon et sur une probabilité à priori, supposée par le modélisateur. Cette technique, principalement probabiliste, est devenu utile dans différents domaines de la science, tels que le traitement de signal, les réseaux ou encore l'économétrie. Dans cette dernière discipline, l'approche bayésienne cherche à introduire une hypothèse à priori sur les paramètres d'un modèle économétrique (coefficients, matrice variance-covariance…), pour rendre l'approche plus riche en information au lieu de se limiter uniquement sur l'historique des observations.

Au cours de cette partie, notre intérêt ne portera pas sur l'application de l'approche bayésienne sur les modèles économétriques, tels que les modèles ARMA, VAR ou

SVAR… Mais on se focalisera sur l'approche statistique générale de la méthode bayésienne.

2.1. Le théorème de Bayes :

Comme on a déjà mentionné, ce théorème constitue le point de départ de la statistique bayésienne. Considérons une variable aléatoire observable y, contrôlée par un paramètre θ, lui aussi aléatoire. Le théorème de Bayes annonce la relation suivante :

$$p(\theta|y) = \frac{p(\theta)p(y|\theta)}{p(y)}$$

En d'autres termes, supposons que la variable aléatoire y est représentée par un modèle qui s'exprime en fonction du paramètre θ. L'objectif est de pouvoir estimer θ, et pour ce faire on utilise la technique bayésienne, tel que :

$$\boldsymbol{distribution} \text{ à } \boldsymbol{posteriori\ \theta} = \boldsymbol{distribution} \text{ à } \boldsymbol{priori\ \theta} \times \boldsymbol{fonction\ de\ vraisemblance\ y}$$

Finalement, cette écriture ce traduit comme suit :

$$p(\theta|y) \sim p(\theta)p(y|\theta)$$

On utilise l'équivalence, pour éviter la normalisation par la quantité p(y). Il faut noter que la quantité de vraisemblance contient l'information de l'échantillon à partir des observations générées dans le temps. Toutefois, la distribution à priori présente une loi supposée par le modélisateur afin de déterminer la distribution à posteriori après une combinaison avec l'information disponible. La question qui se pose par la suite : comme le modélisateur choisit la distribution à priori des paramètres de son modèle, et sur quelle base théorique ou empirique fait-il son choix?

2.2. La distribution de probabilité à priori :

L'étape la plus délicate dans l'approche bayésienne c'est la détermination de la distribution à priori. En effet, un mauvais choix de cette dernière, nuira à tous les résultats du modèle. Pour cette raison, plusieurs auteurs se sont penchés sur la question, pour fournir les meilleures distributions à priori standards, et qui donnent de bons résultats. Pour une meilleure spécification, il est nécessaire de mentionner que les distributions à priori se décomposent en distributions informatives et distributions non informatives, dites aussi distributions diffuses.

Plusieurs articles de recherche se sont penchés sur la question de ces distributions à priori, et il y a plusieurs travaux récents sur le thème. Toutefois, notre objectif au

niveau de cette partie, est de pouvoir introduire les notions de base sur les distributions à priori, à travers des résultats de référence. On a choisi à partir de nos recherches théoriques de présenter les distributions à priori les plus connues, afin de pouvoir nous introduire à cette notion, qui sera utile pour nos travaux antérieurs.

2.2.1. Distribution à priori uniforme :

C'est la première distribution à priori supposée par Bayes. En effet, il considère que l'absence de l'information sur le comportement du paramètre θ, nous pousse à supposer une loi à priori uniforme pour ce dernier.

Cette approche était fortement critiquée, et les auteurs tels que, Fisher, Keynes… qui ont considérés que cet argument d'absence de l'information est critiquable. En effet, ces derniers ont utilisé une preuve par l'absurde présentée dans la plus part des ouvrages de la statistique bayésienne.

2.2.2. La distribution à priori de Jeffrey :

L'idée dans cette approche est de pouvoir mettre une relation entre la distribution à priori du modèle et la quantité d'information de Fisher de ce dernier.

En effet, notons par f la vraisemblance de $x|\theta$, avec $\theta \in \mathbb{R}^d$. L'information de Fisher est donnée par :

$$I(\theta) = \left[E\left(\frac{\partial Lnf}{\partial \theta_i}\frac{\partial Lnf}{\partial \theta_j}\right)\right]_{ij}$$

L'idée de Jeffrey est construire une distribution à priori uniforme en se basant sur le critère de l'information de Fisher. Par conséquent, la distribution à priori donnée par cette approche est le suivant :

$$p(\theta) \sim \sqrt{\det\left(I(\theta)\right)}$$

2.2.3. La distribution à priori conjuguée :

Cette distribution est utile dans le cas des variables générées suivant une loi de famille exponentielle, telle que la loi normale. Cette famille de loi se caractérise par une densité de probabilité de la forme suivante :

$$p(x|\theta) = \exp\{A(\theta) + \theta\Psi(\theta) + h(x)\}$$

La vraisemblance qui dérive de cette forme est,

$$l(\theta|x) = \exp\{nA(\theta) + \theta T\} \exp\left\{\sum_{i=1}^{n} h(X_i)\right\}; T = \sum_{i=1}^{n} \Psi(X_i)$$

La distribution à priori supposée dans ce cas de figure de famille exponentielle:

$$p(\theta) = ce^{mA(\theta)+\,\theta s}\mu(\theta)$$

- $\mu(\theta)$: est une distribution uniforme
- c : constante de normalisation
- m, s : deux hyper paramètres à déterminer

Finalement, par l'application du théorème de Bayes, on trouve la loi à posteriori, appartenant à la même famille des lois, tel que :

$$p(\theta) = c'e^{(m+n)A(\theta)+\,\theta(s+T)}\mu(\theta)$$

<u>Conclusion :</u>

Au cours de cette partie, on avait comme objectif d'introduire la notion de la statistique bayésienne sans rentrer dans les détails mathématiques de l'approche qui constituent un domaine de recherche très vaste. Notre idée était de partir du théorème de Bayes et de se focaliser sur la notion de la distribution à priori et de sa combinaison avec la vraisemblance pour donner une distribution à posteriori. On a essayé à travers quelques exemples de distribution à priori d'atteindre cet objectif, qui nous facilitera l'exposition des travaux qui ont été développés sur l'approche SVAR bayésienne. Par conséquent, la partie suivante sera la dernière de ce chapitre théorique, et elle exposera les différentes approches bayésiennes appliquées à la modélisation SVAR.

3. Intégration de l'approche bayésienne dans la modélisation SVAR :

D'un point de vue technique, l'intégration de l'approche bayésienne dans les modèles dynamiques de la macro-économétrie enrichit plus les estimations et les analyses économétriques, et aide l'économètre à ajouter un aléa outre que celui des données historiques, grâce à la distribution à priori. Donc d'un point de vu purement technique l'application de l'approche bayésienne s'avère fructueuse.

Certes, l'apport technique d'une telle méthodologie est prouvé par plusieurs articles de référence, tel que celui de A. Sims et T. Zha (1996). Cependant, un apport d'analyse et de contribution à l'élaboration d'une vision économique pointue a été aussi prouvé par l'approche bayésienne. Pour montrer ce point nous allons exposer

quelques problématiques souvent posées lors d'un traitement économétrique et nous allons voir l'apport de l'approche bayésienne pour chaque une d'elles.

En effet, l'une des problématiques les plus rencontrées dans la modélisation, est celle du problème d'identification. Pour expliciter ce problème, on pourrait voir son explication au niveau de la première section portant sur le modèle SVAR. Généralement, le problème d'identification est contourné par des contraintes imposées dans le modèle, en s'appuyant sur la théorie économique. Cette approche classique peut nuire aux résultats objectifs fournis par le modèle. L'approche bayésienne répond à ce genre de problème, par la supposition d'une distribution à priori sur les paramètres avec contraintes, et par une combinaison avec la vraisemblance, on déduit la distribution à posteriori des paramètres, sans perdre la généralité de l'approche. Par conséquent, l'identification ne pose pas un problème conceptuel lors de l'intégration de la vision bayésienne dans le modèle. Cette vision a été détaillée par Waggoner and Zha (2003), qui sera exposée par la suite.

En outre, dans la modélisation fréquentielle on s'appuie uniquement sur l'information disponible au niveau de la base de données, ce qui omit l'impact d'autres phénomènes non intégrés au niveau de la base de données de l'étude. Cette limite est contournée grâce à l'approche bayésienne. En effet, cette dernière offre la capacité de combiner plusieurs sources d'information grâce à la distribution à priori.

Par cette petite introduction, on se rend compte de l'apport de l'approche bayésienne pour avoir une modélisation macro-économétrique plus flexible, plus objective et avec une meilleure précision pour l'analyse économique. Dans le cadre de notre travail de recherche, on se concentrera uniquement sur l'approche SVAR. De ce fait, cette section sera dédiée à la présentation des résultats des travaux de recherche antérieurs sur l'intégration de l'approche bayésienne dans la modélisation SVAR.

Pour faire une revue des travaux qui ont été accomplis, cette section sera organisée par des sous-sections, où chaque une d'elles offre une vision sur un travail qui a été fait sur l'approche bayésienne intégrée à la modélisation SVAR.

3.1. Distribution à priori sur les paramètres du SVAR, Sims and Zha (1998) et Waggoner and Zha (2003) :

On a choisi d'entamer notre présentation de l'approche en se basant sur l'article de Sims and Zha « Bayesian Methods fo Dynamic Multivariate Models » et sur d'autres travaux de ces deux auteurs, car la littérature de la modélisation bayésienne se base

généralement sur leur alternative, d'introduire une distribution à priori sur les paramètres du modèle structurel en question.

Rappelons la forme du modèle SVAR de l'étude :

$$A_0 y_t = B_1 y_{t-1} + \cdots + B_p y_{t-p} + B_c + \varepsilon_t$$

Le modèle empilé, s'écrit comme suit :

$$YA_0' = XA_+ + E$$

Avec :

- Y : présente en ligne le vecteur y_t' , t = 1,…,T
- X : présente en ligne le vecteur $x_t' = [y_{t-1}', \dots, y_{t-p}', 1]$, t = 1,…,T
- E : présente en ligne le vecteur ε_t' , t = 1,…,T

Introduisons les notations suivantes qui nous faciliteront les calculs et le formalisme mathématique :

$$Z = [Y \quad -X] , = \begin{bmatrix} A_0 \\ A_+ \end{bmatrix}, a = vec(A) , a_0 = vec(A_0) \text{ et } a_+ = vec(A_+)$$

Par la suite, les auteurs supposent que le vecteur ***a*** admet une distribution à priori de la forme suivante :

$$\pi(a) = \pi_0(a_0)\varphi(a_+ - \mu(a_0); H(a_0))$$

Il faut noter que $\pi_0()$ est la distribution marginale de a_0 et $\varphi(.;\sum)$ est une distribution normale. Par conséquent, les auteurs proposent la forme de la distribution à posteriori de a, en se basant sur l'hypothèse de la distribution à priori et sur la forme de la fonction de vraisemblance. On obtient alors la forme suivante :

$$q(a) \infty \pi_0(a_0)|A(0)|^T |H(a_0)|^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-0.5(a_0'(I \otimes Y'Y)a_0 - 2a_+'(I \otimes X'Y)a_0 + a_+'(I \otimes X'X)a_+ + \left(a_+ - \mu(a_0)\right)' H(a_0)^{-1}(a_+ - \mu(a_0)))\right]$$

Sims et Zha concluent que la distribution à posteriori de a_+/a_0 suit une loi gaussienne vu que la forme précédente est quadratique en a_+ pour a_0 fixe. D'où on obtient la forme suivante :

$$q(a_+|a_0) = \varphi(a_0^*; (I \otimes X'X + H(a_0)^{-1})^{-1})$$

Avec : $a_0^* = (I \otimes X'X + H(a_0)^{-1})^{-1}((I \otimes X'Y)a_0 + H(a_0)^{-1}\mu(a_0))$

En se basant sur ce travail analytique, les auteurs ont cherché à formuler la distribution à priori sur les paramètres. En commençant par l'introduction de l'à priori sur a_+/a_0.

La formulation de la distribution à priori :

Les auteurs s'inspirent dans ce travail de l'approche de Litterman, appelée l'à priori du Minnesota. L'application de cette technique a été utilisée dans le cas des modèles VAR à forme réduite. Sims et Zha ont effectué des changements sur la distribution proposée par Litterman pour l'appliquer au cas du modèle structurel.

Dans une première étape, les auteurs supposent une distribution à priori conditionnelle sur la matrice variance-covariance des coefficients de A_+ conformément à l'approche de Litterman sur la matrice des paramètres dans le cas d'un modèle réduit. Par conséquent, le coefficient correspondant au lag l de la variable j au niveau de l'équation i est :

$$\frac{\lambda_0 \lambda_1}{\sigma_j l^{\lambda_3}}$$

λ_0 contrôle le niveau de confiance dans les coefficients de la matrice des effets instantanés, et c'est un réel appartenant à [0,1]. Le paramètre λ_1 appartenant à [0,1] représente le niveau de confiance par rapport à l'hypothèse fournie par Litterman qui suppose que chaque variable suit une marche aléatoire. Quant au paramètre λ_3, il représente le taux de décroissance de la variance à priori compte tenu de l'augmentation du retard. Pour le reste des paramètres σ_j, Litterman l'a défini comme l'écart type du résidu de l'estimation du processus AR(1) de chaque variable du modèle SVAR étudié. Outre ces hyperparamètres, Sims et Zha, ajoutent les deux paramètres λ_4 et λ_5 qui représentent respectivement l'écart type autour de la tendance déterministe et l'écart type autour des coefficients des variables exogènes.

Ce traitement a permis de définir une distribution à priori conditionnelle sur la matrice de variance-covariance de la matrice A_+. Toutefois, à travers cette approche il n'y a pas une intégration des paramètres du terme constant ou des termes exogènes. Ce qui rend la croyance en ces termes n'est pas corrélée avec celle des autres termes des variables endogènes en Lag. Cette limite a été contournée par l'introduction de la distribution à priori basée sur l'idée de l'observation Dummy, « Dummy obeservation prior ».

En effet, il s'agit de considérer n équations basées sur les observations dummy et de pouvoir les estimer une à une. La i^{ème} équation s'écrit comme suit :

$$Y_{id}A_{\mathbf{0}.\boldsymbol{i}} = X_{id}A_{+.\boldsymbol{i}} + E_{.i}$$

Où : $Y_{id} = \{y_i(r,s)\}$ et $X_{id} = \{x_i(r,s)\}$

Avec : $y_i(r,j) = \frac{\mu_0\mu_1\mu_2^{\delta(i,j)}\sigma_r}{l^{\mu_3}}$; $r = j, r \leq n$ où r = 1, …, k-1 et j = 1, …, n

Et $x_i(r,s) = \frac{\mu_0\mu_1\mu_2^{\delta(i,j)}\sigma_r}{l^{\mu_3}}$; $r = s$ où r = 1, … , k-1 et s = 1, … , k-1

Outre cette problématique, les auteurs évoquent la volonté d'améliorer la qualité prévisionnelle du modèle. Pour ce faire, ils introduisent la croyance suivante : la meilleure prévision de y_{it} est la moyenne de toutes ses valeurs antérieures notée $\overline{y_i}$. Pour concrétiser cette approche, ils estiment le modèle suivant :

$$Y_dA_0 = X_dA_+ + E$$

Avec : $Y_d = \{y(i,j)\}\ et\ X_d = \{x(i,s)\}$

Où : $y(i,j) = \mu_5\overline{y_{0i}}\ pour\ i = j$; i = 1,…,n et j = 1, … ,n

Et $x(i,j) = \mu_5\overline{y_{0i}}\ pour\ i = j\ et\ quelque\ soit\ l$; i = 1, … , n et s = 1, … ,k

Sims [1993] a proposé l'à priori « Dummy initial observation », appelé encore l'à priori de la racine unité. L'idée est de supposer qu'à partir d'un certain niveau, toutes les variables auront une valeur égale à la valeur moyenne initiale $\overline{y_{0i}}$. Cette hypothèse se traduit par l'introduction des vecteurs suivants :

$y(j) = \mu_6\overline{y_{0j}}$; $j = 1, \dots, n$

Et $x(s) = \mu_6\overline{y_{0j}}\ pour\ s \leq k-1\ ou\ \mu_6\ pour\ s = k$ avec s = 1, … , k

A travers ces types de distribution à priori, on intègre une croyance sur la bonne qualité prévisionnelle de $\overline{y_i}$ pour la variable y_i. Dans le cas où μ_6 tend vers l'infini, on introduit l'hypothèse que toutes les variables du modèle sont stationnaires.

Par conséquent, à l'aide de ces distributions, on tient compte de la corrélation entre les différents paramètres du modèle, ainsi que de la stationnarité des variables. Ainsi ces formes de distribution à priori nous permettrons de traiter un modèle B-SVAR avec des variables en niveau, même dans le cas de non stationnarité. Toutefois, il y a des développements plus récents qui traitent les modèles B-SVAR cointégrés. On les présentera à la fin de ce premier chapitre.

Avant de conclure cette présentation des hyperparamètres des distributions à priori, il est intéressant de voir selon quels critères on fixe ces derniers ?

En fait, il s'agit de choisir les hyperparamètres qui offrent les meilleurs indicateurs prévisionnels du modèle avec un minimum d'erreur et une valeur maximale du log de la densité marginale des données.

En se basant sur l'exemple de l'étude de Sims et Zha, ils trouvent que pour un modèle SVAR avec des données trimestrielles et dans variables exogènes, les meilleurs choix sont les suivants :

$\mu_5 = \mu_6 = 1, \lambda_0 = 1, \lambda_1 = 0.2$ et $\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 1$

Distribution à priori sur A_0 :

D'après ce travail de référence, il reste à introduire une distribution à priori inconditionnelle sur la matrice des effets instantanésA_0. Ce travail a été effectué au niveau de l'article précédemment traité de Sims et Zha (1998), mais avec beaucoup de limites. Pour cette raison, en 2003, Zha a accompli un travail avec Waggoner pour répondre à cette question.

En effet, comme on a dit ce travail a été accompli par Waggoner et Zha (2003) sur le développement d'un algorithme de simulation Monte Carlo (MCMC) pour générer une distribution à priori sur A_0 à partir des vecteurs de restrictions inspirées de la théorie économique.

Commençons par la fonction de vraisemblance marginale de A_0 qui aura la forme suivante :

$$p(Y|A_0) \propto |A_0|^T \exp\{-\frac{1}{2}\, tr[A_0'\overline{S}A_0]\}$$

Woggoner and Zha (2003) écrivent les restrictions des colonnes de A_0 par :

$$A_{0(.i)} = U_i b_i \text{ où } b_i \sim N(0, \underline{\Omega_i}) \text{ vecteur } q_i \times 1 \text{ et } U_i \text{ matrice } n \times q_i$$

Par construction, la distribution conditionnelle des restrictions est la suivante :

$$p(b_1, \dots, b_n|Y) \propto |[U_1 b_1, \dots, U_n b_n]|^T \exp\{-\frac{T}{2}\sum_{i=1}^{n} b_i' S_i b_i\}$$

En fait, l'introduction des distributions à priori sur les b_i, nous permettra de construire la matrice des effets instantanés. Pour ce faire, Waggoner and Zha (2003) ont déterminé la densité de probabilité conditionnelle de b_i, qui est la suivante :

$$p(b_i|Y, b_1, \dots, b_{i-1}, b_{i+1}, \dots, b_n) \propto |[U_1 b_1, \dots, U_n b_n]|^T \exp\{-\frac{T}{2}\, b_i' S_i b_i\}$$

En se basant sur des traitements géométriques, les auteurs arrivent à décomposer le vecteur b_i sur une base orthonormale $(\omega_1, \dots, \omega_{q_i})$ sur l'espace $\mathbb{R}^{q_i}$par l'écriture suivante :

$$b_i = V_i \sum_{j=1}^{q_i} \beta_j \omega_j$$

Les coefficients de ce vecteur dans ladite base, sont proportionnels à la densité de probabilité conditionnelle suivante :

$$p(\beta_1, \dots, \beta_{q_i} | Y, b_1, \dots, b_{i-1}, b_{i+1}, \dots, b_n) \propto |\beta_1|^T \exp\{-\frac{T}{2} \sum_{j=1}^{q_i} \beta_j^2\}$$

Il faudra noter que le coefficient β_1 suit une distribution Gamma et le reste des coefficients β_j sont distribués selon une loi normale, d'après les auteurs. Par conséquent, cette dernière relation offre la possibilité de construire les distributions à priori sur les coefficients du vecteur b_i, et par approche rétrospective on arrive à la détermination de la distribution à priori de la matrice A_0, et ensuite la distribution à posteriori de cette dernière.

Pour mieux expliciter le raisonnement de cet algorithme, voici le mécanisme détaillé de l'approche de simulation de Gibbs pour déterminer l'à priori sur la matrice des effets instantanés :

Pour s = 1, … , n_simulation

1) On trace la trajectoire de $A_0^{(s)}$ sachant $(A_+^{(s-1)}, Y)$. Ensuite pour i = 1, …, n on génère $\beta_1, \dots, \beta_{q_i} | Y, b_1, \dots, b_{i-1}, b_{i+1}, \dots, b_n$ pour déterminer par la suite $b_i^{(s)}$. Et à son tour on aura : ${A^{(s)}}_{0(.i)} = U_i b_i^{(s)}$
2) On simule maintenant $A_+^{(s)}$ sachant $(A_0^{(s)}, Y)$, d'après sa distribution normale multi-variée, qu'on a évoquée au début de cette exposition.

Certes, d'après cette présentation on a mis en œuvre une vision de traitements statistiques bayésiens sur les modèles SVAR, à travers la définition des distributions à priori et le calcul des distributions à posteriori. Cependant, ces modèles ne s'ouvrent pas sur le cas où il y a présence de cointégration. En effet, comme on a vu à travers le travail de Sims et Zha, les distributions à priori introduites sur les variables rendent le

traitement de la cointégration n'est pas nécessaire, ce qui nous permettra d'étudier un modèle SVAR avec des variables intégrées et en niveau.

Toutefois, en 2003 et 2006, il y a eu des développements concernant les modèles SVAR cointégrés et le traitement des relations de correction d'erreur par l'imposition des distributions à priori.

En effet, l'approche bayésienne s'est étendue aux processus cointégrés, par l'intégration des hypothèses de distribution à priori sur les différents paramètres du CSVAR. Suite à ce besoin de modélisation, les auteurs ont développé le cadre théorique de l'approche CSVAR bayésienne (B-CSVAR : Bayesian Cointegrated Structural VAR).

Afin de présenter cette approche, on s'appuiera sur un papier de M. Villani and A. Warne (2003) « Monetary Policy Analysis In a small open economy using Bayesian Cointegrated SVAR », dans lequel les auteurs ont détaillé le formalisme mathématique de l'approche B-CSVAR.

3.2. Application de l'approche Bayésienne dans la cadre un modèle SVAR cointégré :

Le papier publié par Villani et Warne (2003) a traité cette approche de modélisation, et il a consacré sa première partie à la démonstration du formalisme mathématique de l'approche. Afin de détailler cette dernière, on adoptera la démarche des auteurs ainsi que leurs propositions de notation.

En partant de la forme structurelle du modèle, et en adoptant les mêmes calculs de la section (1.2.2), on rejoint la forme cointégrée du modèle SVAR(k) à p variables endogènes, x_{it}, et à q variables exogènes, d_{it}, qui s'écrit comme suit :

$$\Gamma_0' \Delta x_t = \alpha\beta' x_{t-1} + \Gamma(L)\Delta x_t + \phi' d_t + \varepsilon_t$$

La forme empilée du modèle est la suivante :

$$X\Gamma_0 = W\beta\alpha' + Q\Gamma + E, rang(\beta) = r$$

Après avoir défini la forme du modèle structurel cointégré, les auteurs tendent à estimer les paramètres de ce dernier. Cette étape se fera en s'appuyant sur les approches de la statistique Bayésienne, comme le cas de l'estimation des paramètres du modèle SVAR stationnaire.

Pour mieux expliquer l'objectif des auteurs, il s'agit dans cette approche de déterminer les distributions à posteriori des paramètres de la forme SVECM. Et afin d'atteindre ce résultat, les auteurs ont commencé par introduire les hypothèses des distributions à priori sur les paramètres de la forme explicitée précédemment.

3.2.1. Identification des distributions à priori sur les paramètres :

3.2.1.1. Distribution à priori sur $\boldsymbol{\Gamma_1, \dots, \Gamma_k}$:

Les auteurs se sont proposés de supposer la distribution à priori du Minnesota, introduite par Litterman (1986), sur les matrices $\Gamma_1, \dots, \Gamma_k$ du modèle CSVAR. Pour ce faire, notons par $\gamma_{ij}^{(k)}$ la composante de la ligne i et de la colonne j de la matrice Γ_k'. En d'autres termes, c'est le coefficient du lag k de la j^{ème} variable endogène dans la i^{ème} équation du modèle. L'hypothèse de la distribution à priori du Minnesota, mène les auteurs à supposer que les coefficients $\gamma_{ij}^{(k)}$ sont indépendants à travers i, j et k. Par conséquent :

$$\gamma_{ij}^{(k)} \sim N[0, s^2(\gamma_{ij}^{(k)})]$$

En suivant la supposition de la distribution de Minnesota, on obtient :

$$s\left(\gamma_{ij}^{(k)}\right) = \frac{\lambda_b \lambda_e^{I_i(j)}}{k^{\lambda_l} \sigma_j}$$

Avec :

- $\lambda_b > 0$ détermine la concentration de la distribution à priori de $\Gamma_1, \dots, \Gamma_k$ autour de 0.
- $\lambda_l > 0$ contrôle le taux du rapprochement des variables vers 0 lorsque le lag augmente.
- $I_i(j)$ égale à 1 si la variable j est exogène au niveau de l'équation i, 0 sinon.
- $0 < \lambda_e < 1$ détermine le niveau de confiance dans les hypothèses d'exogénéité.
- $\sigma_1, \dots, \sigma_p$: des facteurs d'échelle qui prennent en compte les différentes mesures des variables endogènes. Ils sont estimés à partir des variables du modèle.

3.2.1.2. Distribution à priori sur Φ :

Les auteurs ont proposé d'introduire la distribution à priori suivante :

$$vec\Phi \sim N_{pd}(0, \lambda_d^2 I_{pd}), \textit{ où } \lambda_d \textit{ est un facteur de rétrécissement}$$

<u>Composition des distributions à priori :</u>

Suite aux deux précédentes suppositions des distributions à priori, les auteurs ont déduit la distribution à priori de la matrice des paramètres des variables exogènes du modèle, $\Gamma = ({\Gamma_1}', \dots, {\Gamma_k}', \Phi')'$. La composition des deux distributions précédemment introduites nous donne :

$$vec\ \Gamma \sim N_{p^2k+pq}(0, \Omega_\Gamma)$$

Avec :

$$\Omega_\Gamma = P' \begin{pmatrix} \Psi & 0 \\ 0 & \lambda_d^2 I_{pd} \end{pmatrix} P$$

Où : $\Psi = diag(s^2(\gamma_{ij}^{(k)}))$ et P est une matrice de commutation qui transforme $vec\ \Gamma'$ en $vec\ \Gamma$.

3.2.1.3. Distribution à priori sur la matrice des effets instantanés $\boldsymbol{\Gamma_0}$

La procédure de détermination de la distribution à priori sur la matrice des effets instantanés était déjà détaillée au niveau de la partie précédente, à travers l'approche de Waggoner and Zha (2003).

3.2.1.4. Distribution à priori sur le coefficient d'ajustement $\boldsymbol{\alpha}$:

La distribution à priori sur le paramètre α est conditionnée sur β, tel que :

$$vec\ \alpha|\beta \sim N_{pr}[0, (\beta' K_1 \beta)^{-1} \otimes K_2]$$

Avec :

- $K_1 = diag(\sigma_1^2, \dots, \sigma_p^2)$, tel que σ_i est le même facteur d'échelle que celui de la distribution à priori de la matrice Γ.
- $K_2 = \begin{pmatrix} \lambda_\alpha^2 I_{p_1} & 0 \\ 0 & \lambda_\alpha^2 \lambda_e^2 I_{p_2} \end{pmatrix}$

3.2.1.5. Distribution à priori sur la matrice de cointégration $\boldsymbol{\beta}$:

Les vecteurs de cointégration mettent en relation d'équilibre de long terme les variables non stationnaires. A partir de cette mission de base des vecteurs de cointégration, les auteurs ont proposé d'introduire la distribution à priori sur chaque vecteur de relation de long terme, à travers sa forme linéaire. En effet, écrivons les colonnes de la matrice β comme suit :

$$\beta_i = h_i + H_i\varphi_i \text{ ; (i = 1,...,r)}$$

En s'appuyant sur cette écriture, la composante h_i est considérée comme composante fixe, la matrice $H_i, (p \times d_i)$, détermine les restrictions et φ_i représente les coefficients des d_i-vecteurs.

A partir de cette schématisation, les auteurs proposent d'utiliser une distribution à priori sur $\varphi_1, \dots, \varphi_r$, comme distribution de référence pour la matrice β. La forme de cette distribution est la suivante :

$$p(\varphi_1, \dots, \varphi_r) \propto |\beta' K_1 \beta|^{-\frac{p}{2}}$$

Suite à ces traitements mathématiques, les auteurs ont dégagé les différentes formes de distribution à priori pour les différents paramètres du SVAR cointégrés. La question qui s'impose par la suite est la détermination de la distribution à posteriori de tous ces paramètres. La partie suivante sera consacrée à la présentation du formalisme mathématique pour le calcul de la distribution à posteriori, sachant les distributions à priori proposées précédemment par les auteurs.

3.2.2. La distribution à posteriori :

D'après les articles de référence, le calcul des distributions à posteriori des paramètres du modèle CSVAR a présenté toujours des difficultés numériques. De ce fait, les auteurs ont procédé à une détermination numérique desdites distributions en s'appuyant sur l'échantillonnage de Gibbs. Cette méthode numérique se base sur l'algorithme de simulation MCMC (Markov Chaine Monte Carlo).

Pour détailler cette procédure, l'échantillon de Gibbs est simulé à partir de la distribution à posteriori jointe des paramètres du modèle à partir d'une génération itérative des trajectoires déduites des distributions à posteriori conditionnelles complètes des paramètres du modèle CSVAR. La moyenne des différentes trajectoires simulées converge en probabilité vers la trajectoire de la distribution à posteriori jointe du modèle en question.

Finalement, afin de réaliser cette procédure numérique, les auteurs ont déterminé les distributions à posteriori conditionnelles complètes des différents paramètres du modèle étudié sur tout l'ensemble des données, *D*.

Distribution à posteriori conditionnelle complète de Γ :

$$vec\ \Gamma|\Gamma_0, \alpha, \beta, D \sim N_{p(pk+q)}(\overline{\mu}_\Gamma, \overline{\Omega}_\Gamma)$$

Avec : $\overline{\Omega}_\Gamma^{-1} = \left(I_p \otimes Q'Q\right) + \Omega_\Gamma^{-1}$ et $\overline{\mu}_\Gamma = \overline{\Omega}_\Gamma vec[Q'(X\Gamma_0 - Q\Gamma)'W\beta]$

Distribution à posteriori conditionnelle complète de α :

$$vec\ \alpha|\Gamma_0, \Gamma, \beta, D \sim N_{pr}(\overline{\mu}_\alpha, \overline{\Omega}_\alpha)$$

Avec : $\overline{\Omega}_\alpha^{-1} = \left(\beta'W'W\beta \otimes I_p\right) + (\beta'K_1\beta \otimes K_2^{-1})$

Et $\overline{\mu}_\alpha = \overline{\Omega}_\alpha vec[(X\Gamma_0 - Q\Gamma)'W\beta]$

Distribution à posteriori conditionnelle complète de φ :

Cette distribution est déterminée suite à la décomposition linéaire des vecteurs de cointégration, comme on l'a déjà montré.

$$\varphi|\Gamma_0, \Gamma, \alpha, D \sim N_d(\overline{\mu}_\varphi, \overline{\Omega}_\varphi)$$

Avec : $d = \sum_{i=1}^{r} d_i$, $\overline{\Omega}_\varphi^{-1} = H'AH$, $\overline{\mu}_\varphi = \overline{\Omega}_\varphi H'\{vec[W'(X\Gamma_0 - Q\Gamma)\alpha] - Ah\}$

Où : $H = diag(H_1, \dots, H_r)$ et $h = (h_1', \dots, h_r')'$

Distribution à posteriori conditionnelle complète des effets instantanés:

A cause des restrictions introduites au niveau de la matrice Γ_0, afin de résoudre le problème d'identification du modèle structurel, la forme de la distribution à posteriori conditionnelle complète de cette dernière n'est pas familière. D'où la difficulté de terminer la trajectoire souhaitée de ce paramètre, comme on a annoncé l'objectif à travers la procédure d'échantillonnage de Gibbs.

De ce fait, les auteurs recourent à la solution proposée par Waggoner and Zha (2003). Cette solution a été déjà détaillée au niveau de la partie précédente du modèle B-SVAR.

Finalement, en s'appuyant sur la génération des trajectoires des paramètres du modèle à l'aide des distributions à posteriori conditionnelles, précédemment définies, les auteurs peuvent déterminer numériquement la distribution à posteriori jointe de tous les paramètres du modèle.

Conclusion :

Dans cette 3ème partie on a voulu suivre la même démarche de la 1ère partie du chapitre, en présentant d'abord un SVAR stationnaire et ensuite un SVAR cointégré. Toutefois, la 3ème partie se caractérise par l'intégration de l'approche Bayésienne pour l'estimation de ces modèles. Et afin d'introduire cette notion, on s'est basé sur des articles de base permettant de comprendre l'aspect des modèles structurels bayésiens et de saisir par la suite les difficultés des traitements, d'un côté, et l'apport de cette approche d'un autre côté.

Certes, comme on l'a déjà mentionné, l'apport de l'intégration bayésienne reste indiscutable d'un point de vue théorique, mais sur le plan empirique est ce qu'on pourrait confirmer cette affirmation ?

C'est en suivant ce questionnement qu'on a eu l'idée d'intégrer une partie de comparaison entre les résultats fournis par les deux modèles sur la même base de données (ce travail sera exposé à la fin du deuxième chapitre). Par conséquent, le présent chapitre sera couronné par une section qui définira les approches et les indicateurs de mesure, qui nous permettrons de dégager par la suite des conclusions quant à la performance des deux modèles en question.

4. Les techniques de comparaison des modèles économétriques dans leurs cadres théoriques :

En partant de l'article de Timothy Park « Forecast Evaluation for Multivariate Time-Series Models : The U.S. Cattle Market » publié en Juillet 1990, on a su que la comparaison entre deux modèles économétriques se base essentiellement sur la comparaison de leur qualité de prévision. Ensuite, on a enchainé avec d'autres articles de référence sur le sujet afin de cerner les techniques statistiques utilisées pour répondre à la question de comparaison entre les modèles.

A travers nos lectures, on s'est proposé d'utiliser trois techniques de comparaison :

- Comparaison à travers l'erreur quadratique moyenne de prévision
- Comparaison à travers le test de Diebold-Mariano sur la précision des prévisions
- Comparaison à travers le FE-Test (Forecat Encompassing test) pour voir si un modèle englobe l'autre ou non.

4.1. Erreur Quadratique Moyenne de Prévision :

Au niveau du chapitre précédent, on était confronté au choix de la distribution à priori adéquate qui nous fournira les meilleurs résultats d'estimation. L'indicateur de comparaison principal qu'on a utilisé, entre les différents choix des hyperparamètres, était celui qui mesure l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM ou RMSE pour l'abréviation anglaise). On a employé cet indicateur, comme moyen de mesure de l'erreur d'estimation afin de choisir la distribution à priori qui nous donne un modèle avec le minimum de biais et de variance. De cette idée, découle celle de l'indicateur qu'on notera EQMP (Erreur Quadratique Moyenne de Prévision). Il s'agit de mesurer l'erreur de la prévision par un modèle, par rapport aux valeurs observées.

Considérons deux modèles économétriques M1 et M2 qui expliquent la variable y_t pour $t \in [\![1, T]\!]$. Découpons l'intervalle en deux tel que : $[\![1, T]\!] = [\![1, T_0]\!] \cup [\![T_0, T]\!]$. On estime les deux modèles considérés sur la période $[\![1, T_0]\!]$, et sur la base des résultats on forme deux séries de prévisions, $y_t^{p,1}$ et $y_t^{p,2}$,sur l'intervalle $[\![T_0, T]\!]$.

L'Erreur Quadratique Moyenne de Prévision est calculée en se basant sur les observations réelles sur l'intervalle $[\![T_0, T]\!]$. Par conséquent, on obtient :

$$EQMP_i = \sqrt{E((Y_*^{p,i} - Y_*)^2)}, avec\ Y_* = \left(y_{T_0}, \dots, y_T\right) et\ Y_*^{p,i} = (\ y_{T_0}^{p,i}, \dots\ y_T^{p,i})$$

Le meilleur modèle en termes de qualité de prévision (le minimum d'erreur de prévision) est celui qui possède la valeur de l'EQMP la plus petite. Au niveau de notre travail empirique, on commencera par le critère de la moindre erreur quadratique moyenne de prévision.

Certes, à travers cet indicateur statistique on peut mesurer l'amplitude de l'erreur de prévision et comparer ainsi la différence entre les erreurs fournies par deux modèles, mais on n'est pas certain quant à la significativité statistique de cette différence. Ainsi, on partant de ce principe, Diebold et Mariano on construit un test statistique pour vérifier la significativité de la différence enregistrée.

4.2. Le test de Diebold-Mariano (DM-test):

Considérons les mêmes notations du paragraphe précédent, avec l'introduction des deux termes d'erreur :

$$\varepsilon_t^i = y_t - y_t^{p,i}; i = \{1,2\}\ et\ t\ \in\ [\![T_0, T]\!]$$

Considérons, par conséquent, les fonctions de pertes suivantes :

$$L(\varepsilon_t^i) = (\varepsilon_t^i)^2, i = \{1,2\}\ et\ t \in [\![T_0, T]\!]$$

Définissons, ensuite, la quantité de la différence entre les deux fonctions de perte :

$$d_t = L(\varepsilon_t^1) - L(\varepsilon_t^2)$$

L'hypothèse nulle du test est :

$$H_0 : E[d_t] = 0$$

Cette hypothèse montre que même s'il y a une différence entre les fonctions de perte des deux modèles, cette dernière n'est pas significative.

La statistique du test est définie par :

$$DM = \frac{\bar{d}\sqrt{T}}{\sqrt{\hat{\sigma}_{DM}}}$$

Où : $\bar{d} = \frac{1}{T-T_0}\sum_{t=T_0}^{T} d_t$ et $\hat{\sigma}_{DM}$ est une estimation non paramétrique de la variance de long terme de la série d_t.

Sous l'hypothèse nulle, la statistique $DM \sim N(0,1)$. Par conséquent, l'hypothèse de l'égalité des fonctions de perte est rejetée pour $|DM| > 1.96$.

Il est intéressant de noter que ce test pose un problème de convergence dans le cadre des modèles emboités (Nested Model), suite au travail élaboré par Clark and McCracken (2001).

Certes, en partant des deux modèles M1 et M2, on pourrait voir quel modèle offre les meilleures prévisions. Toutefois, il existe dans la littérature la notion de la combinaison de deux quantités de prévision pour donner naissance à une troisième série, appelée la prévision combinée. A partir de cette notion, certains auteurs, tels que David I. Harvey, Stephen J. Leybourne et Paul Newbold (1998), ont cherché à identifier quel modèle de prévision expliquait mieux la prévision combinée. Et de cette idée est venue la notion d'un modèle qui englobe l'autre. Cette vision sera détaillée au niveau du paragraphe suivant.

4.3. Test de la dominance de prévision (Test for forecast encompassing) :

L'idée de ce test vient suite à la possibilité de l'amélioration de la prévision par une combinaison des deux prévisions des modèles estimés M1 et M2. En d'autres termes, supposons que $y_t^{p,1}\ et\ y_t^{p,2}$ sont les prévisions respectives des modèles M1 et M2, tel que $y_t^{p,1}$ donne des valeurs plus précises que ceux de $y_t^{p,2}$.

Chong and Hendry (1986) ont proposé une troisième valeur de prévision qui sera meilleure des deux autres, à savoir la prévision combinée, définie par :

$y_t^{p,c} = (1-\lambda)y_t^{p,1} + \lambda y_t^{p,2}$ avec λ∈ [0,1]

En utilisant le fait que $y_t^{p,i} = y_t + e_{it}$, on obtient la relation suivante :

$$e_{1t} = \lambda(e_{1t} - e_{2t}) + e_{ct}$$

Harvey, Leybourne et Newbold (1998) ont proposé de tester la nullité de λ. En effet, si $\lambda = 0$, ceci explique que seul $y_t^{p,1}$ peut former la prévision $y_t^{p,c}$ sans l'information supplémentaire de $y_t^{p,2}$. Ainsi, on dit que la prévision du premier modèle domine celle du deuxième modèle.

Finalement, l'hypothèse nulle considérée par Harvey et al. (1998) est :

$H_0: E(f_t) = 0$ Tel que $f_t = e_{1t}(e_{1t} - e_{2t})$

Sous l'hypothèse nulle, la statistique du test est : $HLN = \frac{\sqrt{T-T_0}\bar{f}}{\hat{\sigma}_{HLN}}$. Dans le cadre d'un modèle non emboité, cette statistique suit une loin normale centrée réduite. Par conséquent, si |HLN|>1.96, l'hypothèse nulle (λ=0) est rejetée avec un niveau de confiance de 95%. Ainsi, il n'y aura aucun modèle qui domaine l'autre, et on pourrait trouver une combinaison des deux prévisions qui améliore la précision.

Il est à noter que : $\bar{f} = \frac{1}{T-T_0}\sum_{t=T_0}^{T} f_t$ et $\hat{\sigma}_{HLN}^2$ est l'estimation non paramétrique de la variance de Long Terme de f_t.

<u>Conclusion :</u>

Au cours de ce chapitre, on a essayé d'expliciter et de détailler le cadre théorique des outils et des approches qui seront employés au niveau de l'étude empirique. En partant de plusieurs articles, on a dégagé les notions les plus importantes qui seront nécessaires pour l'accomplissement de ce travail.

Dans le chapitre suivant, on explicitera la problématique économique en question, et on essayera de faire la connexion entre les modèles théoriques et le cas empiriques en question pour pouvoir fournir des analyses et des interprétations utiles.

Chapitre 2

Application de la modélisation SVAR et B-SVAR pour l'étude de la politique monétaire en Tunisie

Introduction :

Depuis l'indépendance, la Banque Centrale de Tunisie joue un rôle principal dans le choix de la politique monétaire du pays à travers différents instruments. Par son intervention sur la politique monétaire, la BCT cherche à assurer un équilibre économique, entre la croissance réelle et l'inflation. Certes, la première mission de ladite institution est de pouvoir maitriser l'inflation. Toutefois, cet objectif ne doit pas bloquer les mécanismes d'investissement économique en Tunisie.

Afin de pouvoir jouer son rôle efficacement, la BCT est tenue de comprendre les mécanismes qui relient les variables économiques et monétaires. En effet, avant d'appliquer une stratégie ou une politique de court terme ou de long terme, il est impératif d'anticiper les interactions probables entre les différentes variables.

Cette question d'interactions entre les variables économiques et monétaires nous a intéressé afin d'analyser l'impact de la politique monétaire choisie par la BCT, sur la croissance économique réelle et sur l'inflation de la Tunisie.

Avant de répondre à cette question, rappelons que le chapitre précédent nous a permis de découvrir les différentes approches de la modélisation VAR, en partant du modèle VAR, en passant par le modèle SVAR pour arriver enfin à la modélisation B-SVAR. Ledit chapitre s'est caractérisé par une présentation synthétique des principaux travaux de recherche, ceux qui constituent des références dans la modélisation SVAR et B-SVAR, en présentant aussi quelques travaux récents pour montrer les avancements de la modélisation.

En s'appuyant alors sur les outils économétriques du chapitre précédent et sur la problématique monétaire qui nous intéresse, on a choisi d'étudier, dans le cadre d'une modélisation SVAR, l'interaction entre quatre variables économiques : l'indice de la production industrielle, l'indice des prix à la consommation, le taux de marché monétaire mensuel moyen (TMM) et l'agrégat monétaire M2. Cette étude englobe, respectivement, une variable économique afin de mesurer la croissance en termes de production industrielle, une variable qui présente l'évolution des prix, d'où l'inflation, et deux variables qui représentent la politique monétaire de la BCT.

Ce deuxième chapitre aura comme objectif d'appliquer les approches théoriques précédemment exposées, afin de mettre au clair les mécanismes qui lient les différentes variables entre elles. Pour ce faire, on commencera par la présentation des variables de l'étude. Ensuite, on passera à l'application d'un modèle SVAR en utilisant le package « vars » du logiciel R 2.14.1. Et enfin, on s'intéressera à l'application de l'approche bayésienne sur le même modèle SVAR, en utilisant le package « MSBVAR » du même logiciel.

De ce fait, ce chapitre sera subdivisé en trois sections. La première section présentera les variables de l'étude d'un point de vue descriptif et statistique. Ensuite, la deuxième section sera dédiée à la modélisation SVAR en tenant compte de la base de données retenue. Finalement, la troisième section sera consacrée à l'intégration de l'approche bayésienne au niveau de la modélisation SVAR.

1. Les variables de l'étude :

1.1. Définition des variables utilisées :

La base de données de l'étude comporte 4 variables : le Logarithme de l'Indice de la Production Industrielle (Ln(IPI)), l'Indice des Prix à la Consommation, le Taux de Marché Monétaire (TMM) et le Logarithme de l'agrégat monétaire M2.

Avant d'entamer les propriétés statistiques des variables, on va essayer de présenter leurs significations économiques et leurs mesures.

En effet, l'Indice de la Production Industrielle (IPI) est un instrument statistique qui mesure les variations temporelles des quantités produites dans l'industrie. Si l'on se réfère à la classification traditionnelle des activités économiques en trois secteurs, les IPI se rapportent au secteur dit secondaire : usines, chantiers, mines et carrières. Les produits suivis sont situés à tous les niveaux des processus de fabrication. En outre, l'Indice des Prix à la Consommation sert à mesurer l'évolution du niveau moyen des prix des biens et services consommés par les ménages, pondérés par leur part dans la consommation moyenne des ménages. Cet indice permet aux économistes d'analyser l'impact inflationniste d'une politique économique sur le pays.

Sur un autre volet, on s'intéresse aussi à la définition des variables monétaires. En effet, le Taux de Marché Monétaire Mensuel Moyen (TMM) est le taux d'intérêt sur le marché monétaire. Ce taux est un instrument d'indexation pour les banques, en termes de crédit, de dépôt à terme et d'épargne. Par conséquent, en variant le TMM, la BCT touche directement les stratégies des différentes banques. En effet, après la révolution, la BCT a fait baisser le TMM de 1% afin de stimuler les crédits et de relancer l'économie. Cette baisse a engendré une crise de liquidité pour les banques,

d'où l'intervention de la BCT par l'assouplissement des ratios de liquidité légaux. Finalement, pour définir l'agrégat monétaire M2, on dira que c'est la somme de l'agrégat M1 avec les dépôts à terme, sachant que l'agrégat monétaire M1 correspond aux billets, pièces et dépôts à vue.

En se basant sur ces définitions, on a estimé que l'étude de l'interaction de ces variables pourrait nous donner une idée sur l'impact de la politique monétaire de la BCT sur l'économie tunisienne, et par la suite, elle permettra de dégager des conclusions sur les stratégies monétaires de la Tunisie. Et afin de répondre à cet objectif, et de réaliser cette étude, on a commencé notre travail par la constitution d'une base de données.

En effet, les données sont trimestrielles s'étalant du premier trimestre de l'année 1993 jusqu'au premier trimestre de l'année 2009, ce qui nous donne 65 observations pour chacune des quatre variables. En outre, il est intéressant de mentionner que ces données ont été recueillies de la base de données du Fond Monétaire International.

En tenant compte de ces variables, le modèle sera présenté par le vecteur des variables endogènes suivant :

$$y_t = \begin{bmatrix} Ln(PI)_t \\ IPC_t \\ TMM_t \\ Ln(M2)_t \end{bmatrix}$$

Suite à ce choix de variable, notre modèle présentera 4 chocs structurels :

- Un choc d'offre
- Un choc de demande agissant sur les prix
- Un choc de politique monétaire
- Un choc de demande de monnaie

1.2. Propriétés statistiques des variables :

Afin d'avoir une idée globale sur l'évolution de nos variables durant la période étudiée, voici ci-dessous le graphique de ces dernières entre 1993 et 2009.

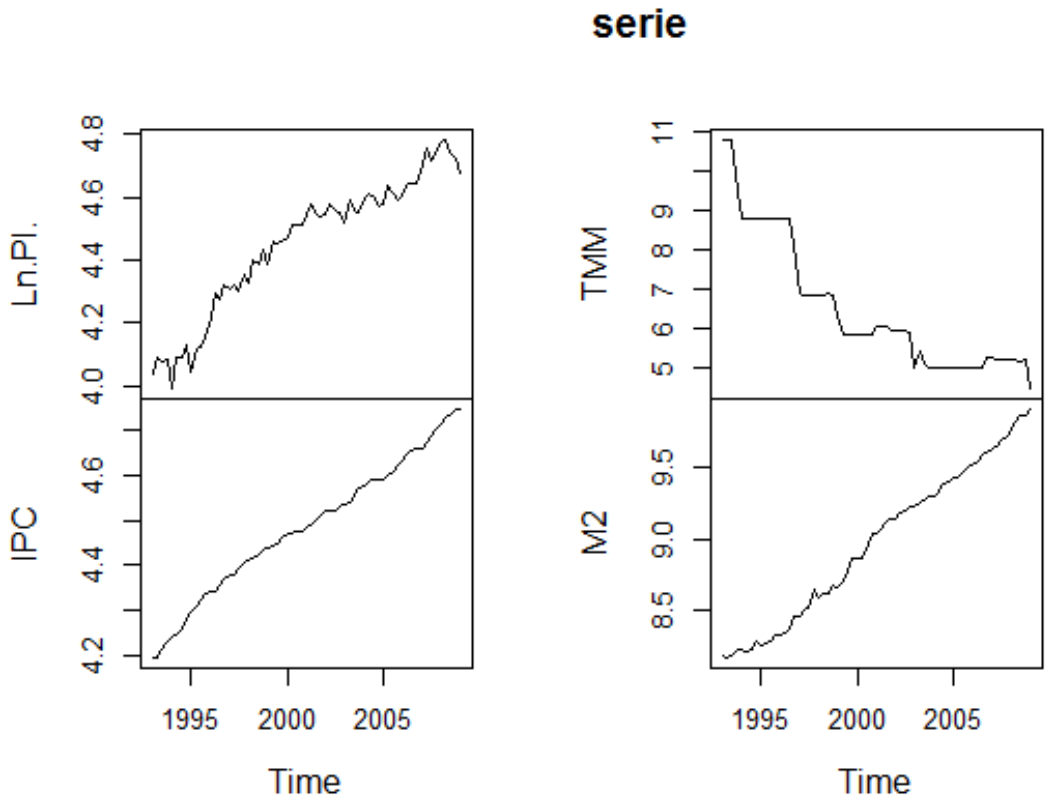


Figure 1 : L'évolution temporelle des variables de l'étude

D'après l'analyse graphique, on remarque que la variable TMM décroit constamment d'une période à l'autre, où elle a passé de 11% en 1993 à moins de 5% en 2009 (avec un niveau de 3.5% en 2011). De l'autre coté, les variables des prix et de la masse monétaire augmentent d'une période à l'autre, sans aucune baisse. Finalement, on remarque que l'indice de la production industrielle fluctue dans le temps en gardant toujours une tendance croissante.

Après cette analyse descriptive des variables, on s'intéressera à l'analyse de leur niveau d'intégration ou encore à l'analyse de la stationnarité. Pour répondre à ce besoin, on a utilisé le test « ADF » de la racine unité sur chaque variable du modèle. On a employé le test, ur.df, offert par le package urca du logiciel R. Ce dernier nous a donné les résultats suivants :

	Test de la racine unitaire ADF					
Variable	**Termes déterministes**	**Lags**	**Valeurs du test**	**Valeurs critiques**		
				1%	**5%**	**10%**
Ln(PI)	constante, tendance	2	-1,376	-4,04	-3,45	-3,15
Diff(Ln(PI))	constante	1	-6,071	-3,51	-2,89	-2,58
IPC	constante, tendance	2	-2,615	-4,04	-3,45	-3,15
Diff(IPC)	constante	1	-5,721	-3,51	-2,89	-2,58
TMM	constante, tendance	2	-3,351	-4,04	-3,45	-3,15
Diff(TMM)	constante	1	-5,275	-3,51	-2,89	-2,58
M2	constante, tendance	2	-2,576	-4,04	-3,45	-3,15
Diff(M2)	constante	1	-6,748	-3,51	-2,89	-2,58

Tableau 1 : Les résultats du Test de la racine unitaire ADF

D'après les résultats du test, exposés au niveau du tableau précédent, on constate que toutes les variables du modèle sont non stationnaires en niveau, et stationnaires en différence. Par conséquent, les variables du modèle sont toutes intégrées d'ordre 1.

2. Application du modèle SVAR :

L'objectif de cette section est de pouvoir estimer un modèle SVAR, en suivant une démarche statistique qui sera décrite par la suite. En estimant le modèle, le principal objectif sera de pouvoir analyser l'impact des chocs structurels sur les différentes variables précédemment exposées.

Pour arriver à cet objectif, on utilisera les résultats du test de stationnarité sur les variables pour passer ensuite à un test sur l'ordre du retard du modèle. Dans le cas du non stationnarité, le test de Johansen nous aidera à déterminer le nombre des équations de l'équilibre de long terme pour estimer finalement un modèle structurel à correction d'erreur. Cette démarche sera couronnée par l'analyse de la fonction de réponse aux impulsions structurelles.

2.1. Détermination de l'ordre du retard de la forme réduite :

Pour la détermination du nombre de retard du modèle VAR correspondant, on a utilisé la commande VARselect du package vars, et qui offre 4 critères de sélection du nombre de retard, à savoir : le critère d'Akaike (AIC), le critère de Hannan-Quin (HQ), le critère de Schwaz (SC) et le critère Forecast Prediction Error (FEP). Les résultats sont exposés au niveau du tableau suivant :

AIC(n)	HQ(n)	SC(n)	FPE(n)
6	4	1	4

Tableau 2 : Les résultats des critères du nombre de retard

On remarque que les critères précédemment utilisés nous donnent des résultats divergents, quant à la spécification du nombre de retard. Pour remédier à ce problème, nous avons utilisé un test de χ^2 permettant d'évaluer avec un niveau de confiance de 95% le nombre de retards.

Présentation du test :

L'une des interrogations majeures dans les modèles VAR concerne la valeur du nombre de retard p. Il a la solution des critères qu'on présenté précédemment, mais si cette dernière ne fournit pas une solution exacte on a recourt au test suivant.

On considère l'hypothèse H0 : p = p0 contre l'hypothèse H1 : p = p1 avec p1>p0>0. Le test à appliquer utilise le rapport de vraisemblance suivant :

$$LR = -2(\hat{L}(p0) - \hat{L}(p1))$$

Cette quantité suit asymptotiquement, sous l'hypothèse H_0, une loi de distribution de χ^2 de degré de liberté $(p_1 - p_0)n^2$.

Par conséquent, le test de ce rapport de vraisemblance permet de rejeter ou d'accepter l'hypothèse H0. En cas de non refus de H0, on dit que l'ordre p est identifié.

Application du test χ^2 pour identifier le retard du modèle VAR associé à nos variables :

Dans une première étape on calcule les logarithmes de la vraisemblance des différents modèles VAR estimés (p = 6 , p = 5, … , p = 1). Les résultats sont exposés au niveau du tableau suivant :

retard	p = 6	p = 5	p = 4	p = 3	p = 2	p = 1
Log Vraisemblance	593,2685	577,1386	564,4867	540,82	522,0521	499,6315
LR	32,2598	25,3038	47,3334	37,5358	44,8412	-

Tableau 3 : Les résultats du Test χ^2 pour l'identification des retards du VAR associé

Le test se fera entre deux niveaux de retard successifs, par conséquent, pour notre cas LR suit une distribution $\chi^2(16)$, vu que le modèle présente 4 variables.

D'après le tableau de la distribution χ^2, la valeur pour un ddl de 16 avec un intervalle de confiance de 95% est de 26,3.

Le premier test :

H0 : p = 6 contre H1 : p = 5. LR = 32,26 > 26,3 donc, on rejette H0, et on passe au deuxième test.

Le deuxième test :

H0 : p = 5 contre H1 : p = 4. LR = 25,30 < 26,3 donc on accepte H0, et on arrête le processus des tests.

Par conséquent, suite à ce test χ^2, on affirmer avec un niveau de confiance de 95% qu'on est en présence d'un modèle VAR(p = 5).

2.2. Test de cointégration :

On rappelle qu'au niveau du premier chapitre, on a trouvé des difficultés pour estimer des variables non stationnaires en niveau. On a présenté des solutions proposées par plusieurs auteurs, telles que, l'étude du système en question avec les mêmes variables en différence. Certes, on a démontré qu'une telle procédure nous donnera des résultats, mais elle nous fera perdre de l'information.

Au cours de ce même chapitre, on a présenté la solution plausible, dans le cas de la non stationnarité avec des variables dites intégrées d'ordre 1. Cette approche consiste à dégager des relations d'équilibre de Long Terme entre les différentes variables du modèle, appelées des relations de cointégration. Afin de déterminer ces équations, la première question qui se pose consiste à s'interroger s'il existe des relations de cointégration ?

Comme on l'a déjà évoqué, à travers l'approche de Johanson, on va employer un test de la trace, qui part de l'hypothèse que le rang du vecteur de cointégration égale à r<n. On a utilisé le test fourni par le logiciel R, et les résultats sont exposés au niveau du tableau suivant :

	Valeurs du test	**Valeurs Critiques**		
H0	**lag = 5**	**90%**	**95%**	**99%**
r = 0	67,84	59,14	62,99	70,05
r <= 1	39,72	39,06	42,44	48,45
r <= 2	18,28	22,76	25,32	30,45
r <= 3	6,98	10,49	12,25	16,26

Tableau 4 : Les résultats du Test de cointégration

D'après les résultats de ce test, on déduit que notre modèle SVAR(5), présente une seule équation de cointégration, puisque l'hypothèse $H_0 : r \leq 1$ est acceptée alors

que $r = 0$ est refusée. En d'autres termes, nos variables intégrées d'ordre 1 sont liées entre elles, en niveau, par une seule équation d'équilibre de Long Terme.

Une fois le rang du vecteur de la cointégration est déterminé, on peut estimer un modèle à correction d'erreur SVECM, présenté au niveau du chapitre précédent. Toutefois, avant de pouvoir procéder à ce traitement, il est nécessaire de spécifier des contraintes d'identification, quelles soient de Court Terme ou de Long Terme. Dans notre cas, avec un modèle à quatre variables on est appelé à introduire 6 contraintes d'identification (n(n-1)/2).

Dans la partie suivante, on essayera de fixer nos contraintes d'identification et de prouver un point de vue économique et économétrique nos choix d'identification.

2.3. Spécification des contraintes d'identification :

La question de la spécification des chocs dans la modélisation SVAR constitue toujours un débat économique ouvert. En effet, en changeant la spécification des contraintes d'un modèle à un autre, on change les résultats des estimations et on pourra même affecter les analyses et les conclusions prises. Durant le chapitre précédent, on a essayé de développer cette problématique et de montrer l'importance de choix des contraintes afin d'aboutir à un modèle qui répond à nos besoins réels.

Dans un premier, et afin de fixer nos contraintes d'identification, on a parcouru plusieurs articles et travaux sur la politique monétaire dans différents pays, tels que la France, l'Allemagne ou le Japon. Suite à ces lectures, on a déduit qu'à chaque travail, il a une spécificité dans l'introduction des contraintes, qui dépend parfois du pays et parfois de l'époque de l'étude. Et pour cette question de divergence entre les choix faits par les auteurs et les économistes, on a voulu opérer avec une méthode plus sûre afin d'éviter l'éventuelle subjectivité du débat économique, et afin d'avoir un modèle qui se rapproche de la réalité, selon la base de données qu'on possède.

L'idée est d'appliquer un test de causalité entre les variables du modèle. Par conséquent, dans le cas de refus de l'hypothèse de causalité entre deux variables, on considère une contrainte de nullité au sein de la matrice des effets instantanés.

Pour répondre à nos attentes, on utilisera le test de causalité développé par Granger. L'idée est de pouvoir tester la nullité des coefficients dans le cas d'une équation dynamique qui lie le processus $X_t$au processus Y_t. Et sous cette hypothèse de nullité, on effectue un test de Fischer.

Dans notre cas, on utilisera le test de Granger sur le logiciel R, afin de spécifier toutes les relations de causalité entre les variables du modèle. Ainsi, l'absence de la causalité sera considérée comme une contrainte d'identification qui permettera par la suite d'estimer les paramètres du modèle. Les résultats dudit test sont exposés au niveau du tableau ci-dessous :

H0	Statistique de Fischer	P-value	Hypothèse retenue
IPC ne cause pas Ln(PI)	5.3350224	0.007467225	présence de causalité
TMM ne cause pas Ln(PI)	3.0666680	0.054197684	absence de causalité
M2 ne cause pas Ln(PI)	4.8401376	0.011376547	présence de causalité
Ln(PI) ne cause pas IPC	0.9921549	0.376981035	absence de causalité
TMM ne cause pas IPC	2.6100461	0.082151065	absence de causalité
M2 ne cause pas IPC	2.0646440	0.136087076	absence de causalité
Ln(PI) ne cause pas TMM	5.8861609	0.004705434	présence de causalité
IPC ne cause pas TMM	3.8734207	0.026365737	présence de causalité
M2 ne cause pas TMM	3.0424323	0.055399155	absence de causalité
Ln(PI) ne cause pas M2	6.3599207	0.003182107	présence de causalité
IPC ne cause pas M2	2.7475173	0.072436697	absence de causalité
TMM ne cause pas M2	1.1863202	0.312641692	absence de causalité

Tableau 5 : Les résultats du Test de Causalité de Granger

Ce test a été effectué avec un modèle VAR (p = 2). Un retard de deux périodes est équivalent à un semestre selon la structure de nos données, ce qui nous permettra d'analyser les relations de causalité instantanées entre nos variables. On tiendra un niveau de confiance statistique de 95%, et on analysera les résultats, variable par variable.

Indice de la Production Industrielle :

D'après le tableau précédent, seule la variable TMM n'a pas de relation instantanée avec la variable IPI. Par conséquent, on retient la première contrainte de court terme.

Indice des Prix à la Consommation :

La variable prix ne subie aucun choc instantané. En effet, d'après le test de Granger, aucune variable du modèle n'impacte sur une courte période les niveaux des prix en Tunisie. Par conséquent, on retient trois contraintes de court terme supplémentaires.

Taux de Marché Monétaire Mensuel Moyen (TMM) :

La variable clé de la politique monétaire de la BCT est influencée à court terme par les variables économiques, telles les prix et l'activité. Toutefois, le TMM reste indépendant du niveau de la masse monétaire M2 à court terme. Par cette contrainte supplémentaire, on arrive à cinq contraintes d'identification du court terme.

Agrégat Monétaire M2 :

La masse monétaire M2 n'est influencée ni par le TMM ni par le niveau des prix à court terme. D'où on dégage deux autres contraintes d'identification, d'après le test de causalité effectué.

Par conséquent, on retient sept contraintes d'identification de court terme d'après le test effectué. Toutefois, le modèle va être sur-identifié, vu qu'on a besoin uniquement de six contraintes d'identification.

En s'appuyant sur la théorie économique, on sait qu'il existe une relation de causalité entre le niveau des prix et la masse monétaire, même si le sens de la causalité n'est pas déterminé et ouvre jusqu'aujourd'hui un débat économique très important. A cause de cette réflexion économique, on s'est proposé d'omettre une des deux contraintes suivantes : Ou bien le niveau des prix impacte la masse monétaire à court terme, ou bien la masse monétaire impacte le niveau des prix à court terme. En ignorant le sens de causalité, on a eu recourt au test précédent et on a retenu l'hypothèse que le niveau des prix impacte la masse monétaire avec un niveau de risque de 7%, vu que l'autre hypothèse a un niveau de risque d'erreur de 13%. Par conséquent, en utilisant en grande partie les résultats du test de Granger et en s'appuyant sur les débats de la théorie économique, on retient finalement 6 contraintes d'identification de court terme.

Par conséquent, la matrice des effets instantanés aura la forme suivante :

$$A_0 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & a_{14} \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & 0 & a_{44} \end{bmatrix}$$

2.4. Le modèle SVECM :

En appliquant les résultats et les notations du chapitre précédent, la forme SVECM à retenir dans notre cas est la suite :

$$A_0 \Delta y_t = -\alpha^* \beta' y_{t-1} + A_1 \Delta y_{t-1} + A_2 \Delta y_{t-2} + A_3 \Delta y_{t-3} + A_4 \Delta y_{t-4} + \varepsilon_t$$

Tel que : $A_i = A_0 B_i$ et $\alpha^* = A_0 \alpha$; α et β sont tels que $\alpha\beta' = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 - I$

Par conséquent, afin de spécifier ce modèle, il faudra déterminer la matrice des effets instantanés, A_0, le vecteur de la cointégration β et les coefficients de la forme réduite B_i. Pour ce faire, on s'appuiera sur les procédures d'estimations fournies par le package « vars » du logiciel R. Il faudra noter dans ce cadre que, techniquement, l'algorithme « SVEC » du logiciel R estime une matrice des effets instantanés non normalisée. Dans cette partie, on exposera les coefficients de la matrice des effets instantanés, et la forme de l'équation de la cointégration. Les estimations des autres paramètres du modèle seront exposées au niveau des annexes.

D'après les résultats des estimations, on a :

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0.024 & -0.0012 & 0 & -0.014 \\ 0 & 0.0039 & 0 & 0 \\ 0.0738 & 0.0751 & 0.1714 & 0 \\ 0.0093 & -0.0039 & 0 & 0.012 \end{bmatrix}$$

Les résultats du test de Student de la matrice des effets instantanés sont les suivants :

$$t - test = \begin{bmatrix} 3.15^* & -0.33 & 0 & -1.98^* \\ 0 & 5.22^* & 0 & 0 \\ 2.97^* & 2.81^* & 4.4^* & 0 \\ 1.97^* & -1.961^* & 0 & 2.58^* \end{bmatrix}$$

Notre échantillon est formé de 65 observations (>30 observations) par conséquent le test de significativité suit une loi normale centrée réduite. D'où, l'hypothèse H_0 qui considère qu'un coefficient n'est pas significatif est rejetée si la statistique de student en valeur absolue est supérieure à 1.96.

Donc, d'après la matrice des coefficients du t-test on remarque que tous les coefficients de la matrice des effets instantanés sont significatifs, à part celui de l'IPC au niveau de la première équation.

Sur un autre volet, le vecteur de la cointégration $\beta' = [1.00 \quad -2.364 \quad 0.032 \quad -0.973]'$

Par conséquent :

$$\alpha^*\beta' = A_0(A_1 + A_2 + A_3 + A_4 - I) = \begin{bmatrix} -0.0011 & 0.0061 & -0.012 & -0.047 \\ -0.0033 & -0.0038 & -0.041 & 0.016 \\ -0.109 & -0.0629 & -0.954 & 0.1831 \\ -0.012 & 0.0042 & 0.063 & -0.0359 \end{bmatrix}$$

En se basant sur ces résultats d'estimation, on pourra déterminer les équations structurelles qui dérivent du modèle SVECM, comme suit :

Equation 1 :

$$\begin{aligned} Ln(IPI)_t = {} & 0.05IPC_t + 0.58Ln(M2)_t - 4.99Ln(IPI)_{t-1} + 1.73IPC_{t-1} \\ & + 54.96TMM_{t-1} - 30.96Ln(M2)_{t-1} + 9.78Ln(IPI)_{t-2} + 0.66IPC_{t-2} \\ & - 57.083TMM_{t-2} - 16.54Ln(M2)_{t-2} + 1.857Ln(IPI)_{t-3} \\ & - 2.625IPC_{t-3} - 104.58TMM_{t-3} + 11.66Ln(M2)_{t-3} \\ & + 8.96Ln(IPI)_{t-4} + 1.54IPC_{t-4} - 78.54TMM_{t-4} + 11.54Ln(M2)_{t-4} \\ & - 14.58Ln(IPI)_{t-5} - 1.625IPC_{t-5} + 104.75TMM_{t-5} \\ & + 7.083Ln(M2)_{t-5} + \varepsilon_{1t} \end{aligned}$$

Equation 2 :

$$\begin{aligned} IPC_t = {} & -505.56Ln(IPI)_{t-1} - 114.43IPC_{t-1} - 6.062.10^3TMM_{t-1} \\ & + 316.66Ln(M2)_{t-1} + 784.36Ln(IPI)_{t-2} - 22.2IPC_{t-2} \\ & + 10.64.10^3TMM_{t-2} - 277.69Ln(M2)_{t-2} - 172.05Ln(IPI)_{t-3} \\ & - 32.82IPC_{t-3} - 3.398.10^3TMM_{t-3} + 481.53Ln(M2)_{t-3} \\ & - 200.51Ln(IPI)_{t-4} + 54.87IPC_{t-4} - 3.545.10^3TMM_{t-4} \\ & - 536.41Ln(M2)_{t-4} + 94.61Ln(IPI)_{t-5} + 11.79IPC_{t-5} \\ & + 2.361.10^3TMM_{t-5} - 206.92Ln(M2)_{t-5} + \varepsilon_{2t} \end{aligned}$$

Equation 3 :

$$\begin{aligned} TMM_t = {} & -0.43Ln(IPI)_t - 0.438IPC_t + 1.1Ln(IPI)_{t-1} + 0.82IPC_{t-1} \\ & + 7.19TMM_{t-1} - 1.04Ln(M2)_{t-1} - 0.026Ln(IPI)_{t-2} - 0.027IPC_{t-2} \\ & - 0.502TMM_{t-2} + 0.034Ln(M2)_{t-2} - 0.034Ln(IPI)_{t-3} \\ & - 0.022IPC_{t-3} - 0.52TMM_{t-3} - 0.128Ln(M2)_{t-3} - 0.115Ln(IPI)_{t-4} \\ & + 0.056IPC_{t-4} - 0.058TMM_{t-4} + 0.051Ln(M2)_{t-4} + 0.14Ln(IPI)_{t-5} \\ & - 0.021IPC_{t-5} + 0.45TMM_{t-5} + 0.019Ln(M2)_{t-5} + \varepsilon_{3t} \end{aligned}$$

Equation 4 :

$$\begin{aligned} Ln(M2)_t = {} & -0.775Ln(IPI)_t + 0.325IPC_t - 32.76Ln(IPI)_{t-1} + 0.91IPC_{t-1} \\ & - 50.08TMM_{t-1} + 28.5Ln(M2)_{t-1} + 29.08Ln(IPI)_{t-2} - 9.1IPC_{t-2} \\ & + 107.2TMM_{t-2} - 7Ln(M2)_{t-2} - 25.19Ln(IPI)_{t-3} + 8.9IPC_{t-3} \\ & - 97.83TMM_{t-3} - 16.5Ln(M2)_{t-3} + 16Ln(IPI)_{t-4} - 2.83IPC_{t-4} \\ & + 205.16TMM_{t-4} + 25.66Ln(M2)_{t-4} + 6.5Ln(IPI)_{t-5} + 1.42IPC_{t-5} \\ & - 169.75TMM_{t-5} - 26.66Ln(M2)_{t-5} + \varepsilon_{4t} \end{aligned}$$

Outre les équations structurelles générées par le modèle à correction d'erreur, l'équation de la cointégration nous offre une forme d'équilibre de Long Terme. Cette forme est obtenue par l'équation de la cointégration est la suivante :

$$Ln(IPI)_t - 2.364IPC_t + 0.032TMM_t - 0.973M2_t = e_t$$

Certes, il est intéressant de voir la dynamique instantanée entre les variables ainsi que la dynamique qui leurs permet de garder un équilibre stable de long terme. Cependant, il reste aussi important de connaitre l'impact de long terme d'une variable sur les autres. Pour ceci, il faudra déterminer la matrice des multiplicateurs de long terme, qu'on a explicitée au niveau du premier chapitre. En s'appuyant alors sur les résultats fournis par le logiciel R, la matrice M de Long Terme est la suivante :

$$M = \begin{bmatrix} 0.013 & -0.0041 & -0.0077 & -0.0086 \\ -0.00035 & 0.006 & -0.0016 & 0.0007 \\ 0.0637 & 0.0298 & 0.205 & 0.048 \\ 0.016 & -0.0094 & 0.0027 & -0.009 \end{bmatrix}$$

La détermination de cette matrice, nous aidera dans l'étude des fonctions d'impulsion au cours de la partie suivante. Par conséquent, le reste de cette section sera consacré à l'interprétation des effets des différents chocs structurels sur les variables de notre modèle.

2.5. Analyse des chocs structurels :

Comme on l'a déjà évoqué, une fois notre modèle est identifié et estimé, on s'intéresse à l'étude des dynamiques futures des différentes variables, surtout dans le cas de changement de politique économique ou monétaire. Afin d'étudier ces changements et leurs impacts sur l'économie Tunisienne, on procédera à l'étude des fonctions d'impulsions et de voir la dynamique de la réponse de l'économie tunisienne sur 20 périodes futures, ce qui est équivalent à 60 mois ou encore 5 années.

Pour aboutir à notre objectif, on a utilisé la commande « irf » du package « vars » du logiciel R. Et on s'appuyant sur les résultats obtenus, l'analyse suivra dans la suite de cette section.

2.5.1. Choc d'offre :

Un choc négatif d'offre entraine une baisse instantanée de la production industrielle qui persiste à court terme, mais qui se caractérise par un retour progressif à l'équilibre. Cette baisse s'accompagne par un niveau des prix qui s'élève à court terme. Toutefois, après moins de 4 périodes (moins d'une année) le prix commence à

baisser, ce qui pourrait être expliqué par une politique économique de maitrise de l'inflation. Cette baisse des prix continue dans le temps, jusqu'à la disparition des effets du choc de l'offre à long terme.

Sur le plan de la politique monétaire, on remarque que malgré le ralentissement de l'activité, la BCT agit par l'augmentation du TMM durant les 4 premières périodes. Cette réaction s'explique par la volonté de la BCT de maitriser l'inflation au détriment de la relance de l'activité industrielle en Tunisie. En outre, on remarque que suite à sa réussite dans la maitrise des niveaux des prix, la BCT diminue le TMM pour aider la relance de l'activité économique.

Finalement, on remarque que la réponse de la fonction de la demande de monnaie est corrélée négativement avec la réponse de la BCT via sa politique monétaire. En effet, suite à une détérioration de l'activité économique en Tunisie, la demande de monnaie diminue à court terme, vu la hausse du TMM. Toutefois, la baisse du TMM après une certaine période stimule la demande de la monnaie, d'où l'augmentation de la masse M2, d'après le graphique ci-dessous.

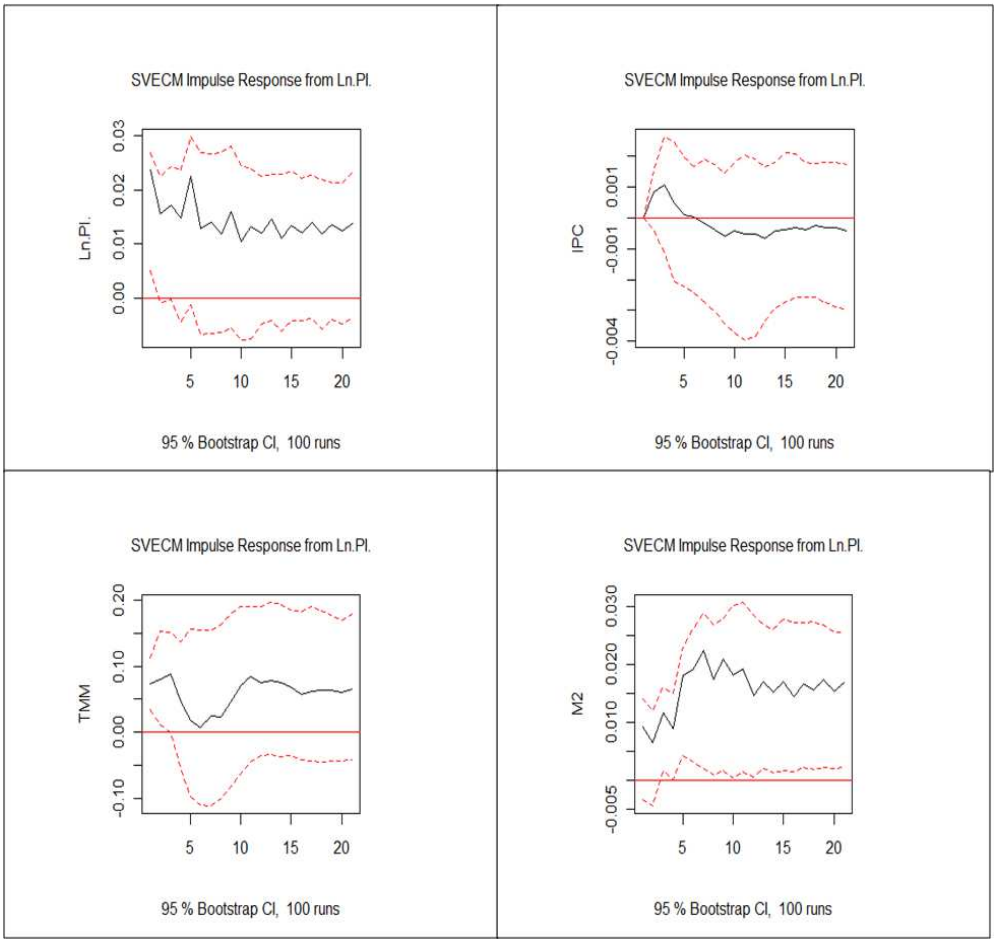


Figure 2 : Les réponses des variables suite à un choc d'offre

2.5.2. Choc sur les prix :

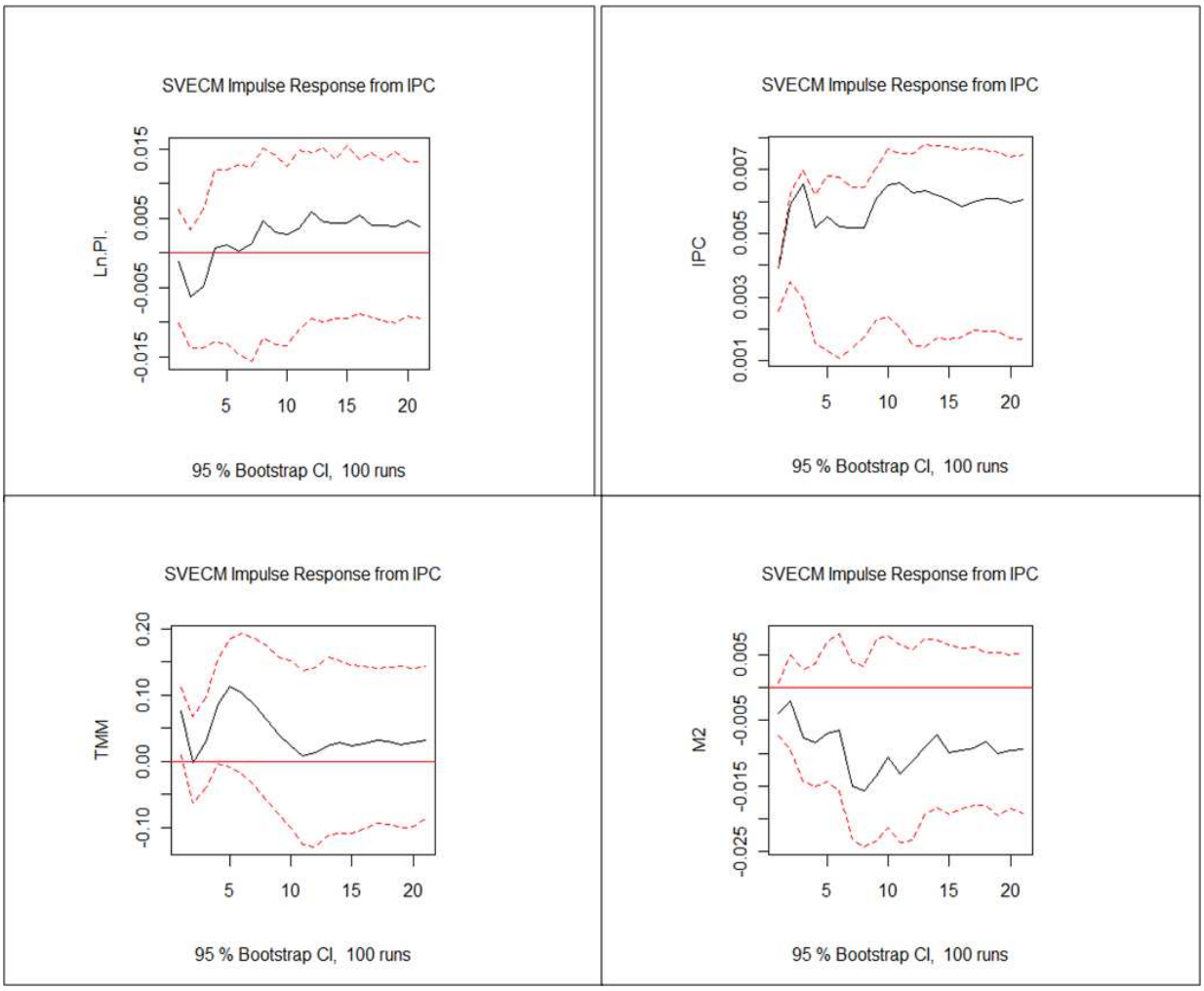


Figure 3 : Les réponses des variables suite à un choc sur les prix

D'après le graphique ci-dessous, on remarque qu'on effectue un choc positif sur les prix, qui est associé à une augmentation brusque des niveaux des prix. Une telle augmentation pourrait être associée un choc exogène provenant d'une crise de matière première ou d'une hausse inattendue des prix du pétrole, tel était le cas pendant l'été de 2008. Dans de telles conjonctures, on va essayer de voir et d'analyser les répercutions sur l'économie Tunisienne.

En effet, il est clair que l'augmentation brusque des prix engendre immédiatement une baisse importante de l'activité en Tunisie, via l'indice de la production industrielle. Et suite à un tel choc, l'activité continue à fluctuer à long terme pour rejoindre un niveau d'équilibre après un nombre de périodes important.

Face à une telle situation, la BCT oriente sa politique monétaire vers la relance de l'activité, indépendamment de la variable prix, contrairement au cas précédent. En

effet, une détérioration brusque de l'activité, oriente la politique monétaire vers le soutien de l'économie réelle en Tunisie. Toutefois, la petite reprise de l'économie enregistrée après 5 périodes, s'accompagne par une hausse du TMM, afin que la BCT minimise les pressions inflationnistes. Un tel phénomène a été vécu pendant la révolution. La première période, il y a eu une chute de l'activité économique accompagnée par des tensions inflationnistes. Malgré ça, la BCT a continué la baisse du TMM pour le soutien de l'économie réelle. Toutefois, après une année de la révolution, on voit que le TMM a repris son chemin habituel, afin de maitriser l'inflation.

Dans de telles conjonctures, la masse monétaire M2 diminue. En effet, les gens consomment moins, et cherche à épargner dans des valeurs sûres, d'où la baisse de monnaie fiduciaire et de la monnaie dans les comptes à vue et comptes chèques.

2.5.3. Choc de politique monétaire :

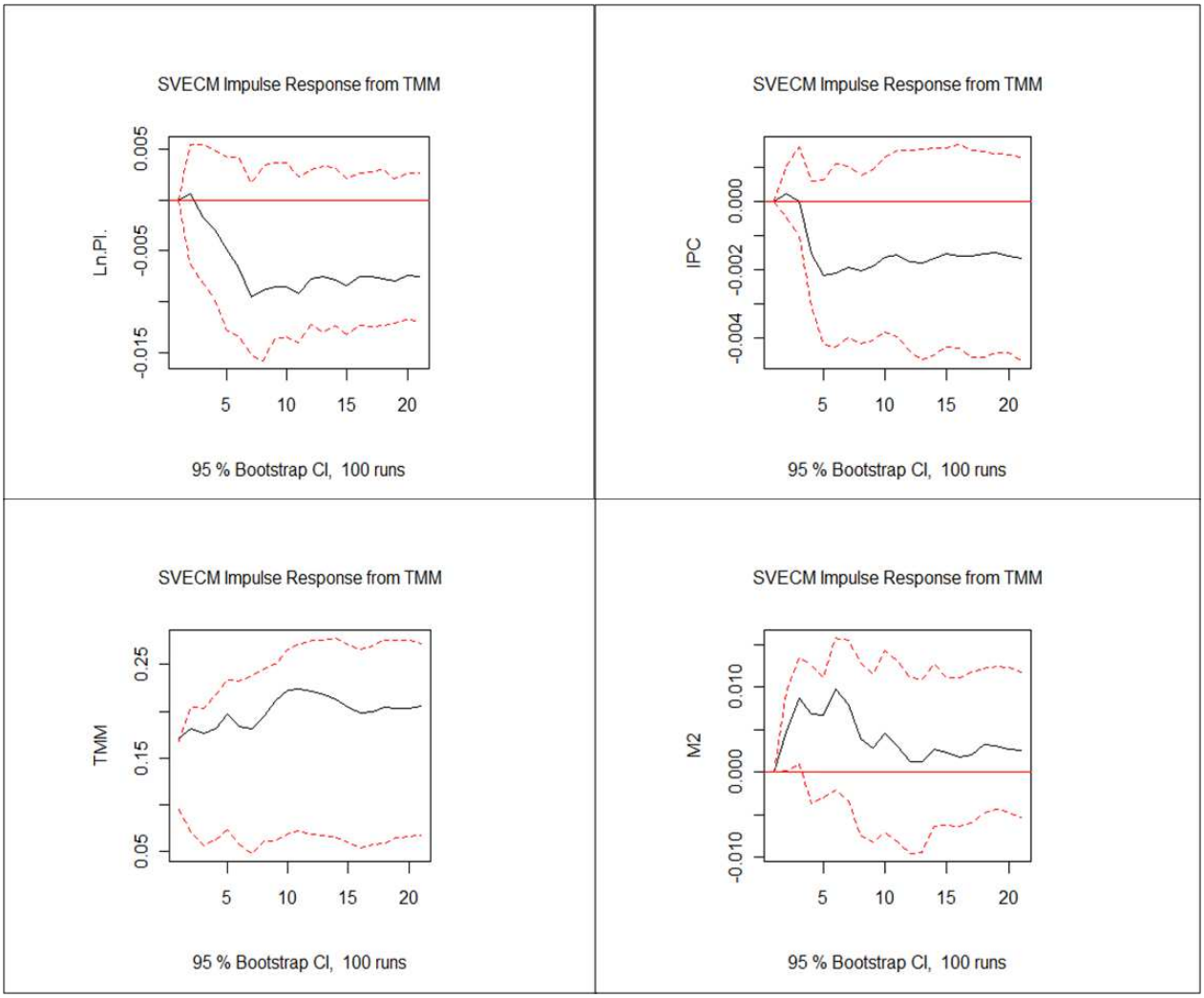


Figure 4 : Les réponses des variables suite à un choc monétaire

Dans ce cas de figure, on est en présence d'un changement de la politique monétaire de la BCT via l'augmentation brusque du TMM. Ce choc persiste dans le temps et impacte à long terme la politique de la BCT.

Un tel changement brusque, influence négativement l'activité économique en Tunisie. En effet, on remarque une baisse immédiate de l'IPI et qui persiste dans le temps.

Outre l'impact négatif sur l'activité économique, un choc positif de politique monétaire de la BCT engendre aussi une baisse significative des prix à court terme et qui dure dans le temps.

Toutefois, cette hausse du TMM impacte positivement la demande de la monnaie, via l'agrégat M2. Ceci pourrait s'expliquer par l'encouragement des gens de placer de l'agent dans des comptes à terme indexés sur le TMM d'un côté. Et de l'autre côté, la baisse du niveau de vie, augmente généralement les encours à vue des banques. Ces deux raisons pourront expliquer l'augmentation de l'agrégat monétaire M2.

2.5.4. Choc de demande de monnaie :

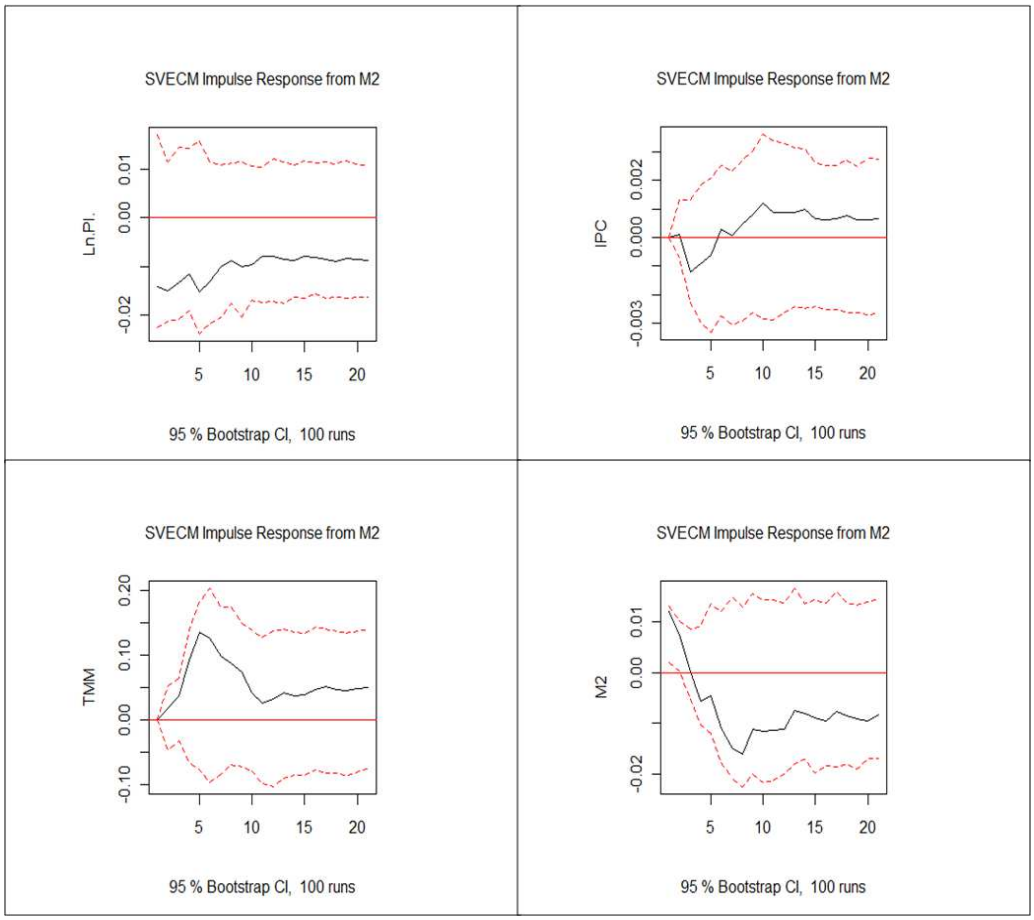


Figure 5 : Les réponses des variables suite à un choc de demande de monnaie

Dans une période qui se caractérise par le manque de confiance sur les marchés financiers, les gens peuvent retirer leurs argents pour les investir dans des valeurs sûres, telles que les SICAV au lieu de les placer sur des comptes à terme. Ce phénomène peut être associé à un choc négatif sur la demande de la monnaie via l'agrégat M2.

Cette baisse engendre une hausse du TMM qui affecte négativement à son tour l'activité économique dans la Tunisie. Avec une hausse du TMM et une baisse de l'activité économique, on remarque une baisse brusque des prix et qui persiste à long terme.

3. Application de l'approche bayésienne pour la modélisation SVAR :

3.1. Intérêt de l'approche B-SVAR :

Dans le cadre de notre étude sur la politique monétaire en Tunisie centrée sur l'interaction des variables monétaires avec les variables économiques, on a utilisé l'approche SVAR. Cette approche met en relation chaque variable avec les autres, à travers des relations instantanées ou encore des relations retardées. Une fois, les variables sont modélisées, on estime le modèle afin de pouvoir l'utiliser dans des études et interprétations économiques, surtout concernant les prévisions et les dynamiques futures des différentes variables, en tenant compte du modèle en question. Les techniques d'estimations proposées se basent sur uniquement sur l'information historique des variables, ce qui constitue pour certains auteurs une limite dans la modélisation, et par conséquent un impact négatif sur la capacité prévisionnelle du modèle.

Cette limite a été introduite au niveau du premier chapitre, et on a évoqué que les auteurs qui ont critiqué cette approche d'estimation ont eu recourt aux techniques des estimations bayésiennes. En effet, il ne suffit pas de fonder un modèle sur les observations historiques, mais il faut introduire des informations inobservables additionnelles correspondantes à des idées à priori des analystes et des décideurs. En fait, ces informations sont introduites via la distribution à priori sur les paramètres du modèle économétrique de l'étude. Certes, cette distribution à priori constitue le point fondamental de la statistique bayésienne, mais elle constitue aussi l'étape la plus importante dans cette approche de modélisation. En effet, afin d'avoir un meilleur modèle en termes de qualité d'estimation et de qualité prévisionnelle, le choix de la distribution à priori doit être adéquat avec la structure des données.

Par conséquent, comme tout modèle économétrique, des auteurs tels que Sims et Zha ont essayé d'introduire la modélisation bayésienne sur les modèles SVAR. On

rappelle que la dernière section du premier chapitre a été dédiée à cette modélisation, B-SVAR, en introduisant ses différents aspects de calcul mathématique, d'estimation statistique et de choix de la distribution à priori.

En conservant notre objectif d'étude sur le marché monétaire tunisien, à travers les mêmes variables utilisées dans la cadre du modèle SVAR, on introduira au cours de cette partie l'approche de la statistique bayésienne, afin d'effectuer la même étude précédente dans le cadre d'un modèle B-SVAR. Par conséquent, en s'inspirant, principalement, des travaux de Sims et Zha (1998) et de Waggoner et Zha (2003), on définira le cadre de notre modèle B-SVAR, surtout concernant la nature et les spécificités de la distribution à priori à retenir.

Cette partie sera présentée comme suit : dans une première étape, on rappellera le modèle étudié en termes de spécificité des variables et de l'ordre du retard. Ensuite, on s'intéressera à la détermination du meilleur choix de la distribution à priori, en fixant les hyperparamètres de cette dernière. Et finalement, on se penchera sur l'estimation du modèle, sur l'analyse de la dynamique des variables et sur l'interprétation économique.

Il est à signaler qu'on continuera à utiliser le logiciel R au cours de cette partie. En effet, grâce au package « MSBVAR », ce logiciel statistique offre plusieurs algorithmes implémentés concernant la modélisation B-SVAR en utilisant l'approche de Sims et Zha. Et pour toutes modifications supplémentaires on essayera de paramétrer les approches selon les spécificités de nos besoins.

3.2. Présentation du modèle :

Comme on vient de l'annoncer, l'objectif de cette partie consiste à étudier l'interaction entre les variables monétaires et économiques en Tunisie, en gardant la même approche utilisée dans la modélisation SVAR. Par conséquent, on considérera les quatre variables précédemment utilisées, à savoir : Logarithme de l'Indice de la Production Industrielle, l'Indice des Prix à la Consommation, le Taux de Marché Monétaire Mensuel Moyen (TMM) et le logarithme de l'agrégat monétaire M2. On rappelle que ces variables sont intégrées d'ordre 1 (ce qui nous a amené à estimer un modèle structurel à correction d'erreur « SVECM » au cours du chapitre précédent) et que leurs observations sont trimestrielles s'étalant de l'année 1993 jusqu'à l'année 2009.

Outre l'aspect des variables et de la structure des données, on considérera dans cette partie un modèle à 5 retards, B-SVAR (p = 5). Ce choix est approuvé par le test χ^2 qu'on a appliqué au cours de la partie précédente. Les résultats de ce test restent

encore valables au cours de cette partie. En effet, l'approche bayésienne est introduite au moment de l'estimation du modèle, après l'écriture de la forme de l'équation à estimer. En tenant compte des hypothèses retenues au cours de la partie précédente, le modèle à retenir est le suivant :

$$A_0 y_t = A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + A_3 y_{t-3} + A_4 y_{t-4} + A_5 y_{t-5} + \varepsilon_t$$

Par conséquent, en partant de ce modèle, on introduit la distribution à priori adéquate sur les paramètres, en tenant compte de l'ordre du retard et de la fréquence des observations pour pouvoir déterminer par la suite à la distribution à posteriori de ces derniers. Cette distribution est obtenue grâce au mélange entre la distribution à priori considérée et la fonction de vraisemblance obtenue grâce aux informations obtenues via les observations des variables. D'où l'intérêt de la modélisation via l'approche bayésienne.

Au niveau de la partie suivante, on s'intéressera à la détermination de la distribution à priori, qui constitue le point fondamental de la démarche bayésienne.

3.3. Détermination de la distribution à priori du modèle:

Comme on l'a déjà indiqué, notre étude se basera sur l'approche de modélisation employée par Sims et Zha (1998). Cette approche a été introduite dans son cadre théorique au niveau du premier chapitre. L'idée initiale des auteurs consiste à introduire une distribution à priori sur les paramètres du modèle en utilisant l'approche de Litterman (1986).

L'approche de Litterman, appelée encore l'à priori de Minnesota, repose sur la définition de six hyperparamètres à savoir : $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \sigma_i$ $(i = 1, \dots, card(y_t))$. Les paramètres σ_i ne posent pas un problème au niveau du choix, car comme on l'a déjà montré, ils représentent l'écart type des résidus des processus AR(1) estimés pour chaque variable du modèle.

Pour les autres hyperparamètres, rappelons que $(\lambda_0, \lambda_1) \in [0\,,1]^2$, et que, respectivement, l'un explique le niveau de confiance dans les coefficients de la matrice des effets instantanés, alors que l'autre explique le niveau de confiance par rapport à l'hypothèse fournie par Litterman qui suppose que chaque variable suit une marche aléatoire. En outre $\lambda_3 > 0$ représente le taux de décroissance de la variance à priori compte tenu de l'augmentation du retard. Quant à $\lambda_4 > 0$, il représente l'écart type autour de la tendance déterministe. Finalement, notre modèle ne contient pas

de variable exogène, donc $\lambda_5 = 0$. Par conséquent, il nous reste à définir les hyperparamètres $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_3, \lambda_4$.

Certes, la distribution à priori proposée par Litterman, répond à la volonté d'introduire une information supplémentaire sur les paramètres du modèle, outre les informations qui découlent des observations statistiques. Cependant, un problème se pose lors de non stationnarité des variables, tel est le cas de la majorité des variables économiques. Dans le cas d'un modèle SVAR, on a présenté l'approche de la cointégration et du modèle à correction d'erreur. Ces modèles ont été améliorés en 2003 par Mattias Villani, en introduisant l'information à priori sur les équations d'équilibre de long terme, d'où la mise en place des modèles B-SVAR cointégrés. Toutefois, Sims et Zha proposaient une autre approche pour contourner ce problème à travers l'introduction de l'à priori sur la base des observations dummy. Cette approche détaillée au niveau du premier chapitre, force la stationnarité des variables afin d'étudier un modèle B-SVAR sans passage par la forme à correction d'erreur. Les hyperparamètres de cette distribution sont $\mu_5 > 0 \; et \; \mu_6 > 0$.

Après la définition des hyperparamètres de la distribution à priori, la question qui se pose : comment choisir $\lambda_0,\ \lambda_1,\ \lambda_3,\ \lambda_4, \mu_5 \; et \; \mu_6$?

Avant de commencer l'explication de notre approche empirique, il est important de noter que d'après Sims et Zha, la meilleure distribution à priori pour un modèle SVAR à p = 6 retard et avec des données trimestrielles, correspond aux hyperparamètres suivants : $\lambda_0 = 1,\ \lambda_1 = 0.2,\ \lambda_3 = 1,\ \lambda_4 = 1, \mu_5 = 1 \; et \; \mu_6 = 1$. L'idée est de garder la distribution à priori qui offre les meilleurs estimateurs du modèle ainsi que la meilleure qualité prévisionnelle.

Notre idée dans notre approche empirique sera similaire à celle de Sims et Zha. En effet, on simulera plusieurs cas de figures, selon la variation des différents hyperparamètres, et on choisira l'ensemble de ces derniers qui nous offrira les meilleurs estimateurs, la meilleure prévision et la meilleure information représentative du modèle. Pour ce faire, notre choix se basera sur les trois indicateurs statistiques suivants :

- RMSE (Root Mean Square Error) : C'est la racine carrée de l'erreur quadratique moyenne
- MAE (Mean Absolute Error) : C'est l'erreur absolue moyenne
- LogMDD (Log Marginal Data Density) : C'est le logarithme de la densité marginale.

Dans ce qui suit, avant d'entamer la présentation des résultats empiriques, on s'attardera sur la définition et l'utilité de chaque indicateur de ces derniers.

Erreur Quadratique Moyenne (EQM) :

Cet indice statistique mesure la moyenne de la magnitude de l'erreur de l'estimation, en d'autres termes, c'est une mesure de précision. Supposons que Θ_n est l'estimateur de θ, l'erreur quadratique moyenne est donnée par :

$$EQM = E[(\Theta_n - \theta)^2] = V(\Theta_n) + (E(\Theta_n) - \theta)^2; RMSE = \sqrt{EQM}$$

Donc c'est une sommation entre la variance de l'estimateur et le biais de l'estimation au carré. Suite à cette écriture, on dit qu'un bon estimateur précis est celui qui possède une EQM faible : biais et variance les plus faibles possibles. Finalement, l'absence de biais ne garantit pas la plus faible valeur de l'EQM, car celle-ci est atteinte lorsque sera trouvé le meilleur compromis entre le biais de l'estimateur et sa variance.

Il est à remarquer que certains statisticiens trouvent que l'introduction d'un léger biais, dans un estimateur initialement sans biais peut conduire à une réduction significative de sa variance, au point de provoquer une diminution de son EQM, et donc améliorer ses performances.

Erreur Absolue Moyenne (MAE) :

Cet indicateur statistique mesure la moyenne de la magnitude des erreurs de prévision. Il est toujours inférieur à l'indicateur EQM pour un même modèle. D'un point de vu mathématique, l'erreur moyenne absolue s'écrit comme suit :

$$MAE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} |\widetilde{\theta}_i - \theta|$$

Tel que : $\widetilde{\theta}_i$ est la valeur prédite et θ est la réalisation réelle.

Par conséquent, un modèle qui offre une meilleure visibilité future, d'où une meilleure prévision, et un modèle qui possède la plus faible valeur MAE.

Logarithme de la densité marginale (LogMDD) :

La densité marginale contient une information pertinente si nous désirons comparer différents modèles. En effet, celle-ci nous renseigne sur la densité de l'échantillon conditionnellement au modèle. L'interprétation de sa définition est directe : la densité marginale est une moyenne des vraisemblances, obtenues pour différentes

valeurs des paramètres, pondérées par nos croyances a priori sur les valeurs de ces paramètres.

Comme cette quantité ne dépend pas des paramètres, puisque nous avons intégré le noyau postérieur par rapport aux paramètres pour l'obtenir, elle autorise facilement la comparaison de modèles non emboîtés. Par exemple, si nous disposons de deux modèles alternatifs, A et B, pour expliquer les données et si nous obtenons la comparaison suivante :

$$p(y_t|A) > p(y_t|B)$$

Alors cela signifie que les données à notre disposition ont plus probablement été générées par le modèle A que par le modèle B. Le modèle A est plus pertinent que le modèle B dans notre cas.

<u>Nos critères de choix :</u>

Comme on l'a déjà expliqué, notre choix de la distribution à priori sera fondé sur les trois indicateurs précédemment exposés. Toutefois, notre procédure de choix se déroulera comme suit :

1- On sélectionne la distribution qui fournie la plus faible EQM.
2- On sélectionne la distribution qui fournie la plus faible MAE.
3- Si on tombe dans les deux cas sur la même distribution, alors on la garde. Sinon on recourt au troisième critère.
4- On choisit la distribution qui a la plus grande densité marginale des deux distributions sélectionnées précédemment.

<u>Procédure empirique pour le choix des hyperparamètres de la distribution à priori :</u>

On a annoncé au début de cette partie que tous les traitements empiriques seront accomplis en utilisant le package « MSBVAR » du logiciel R. Par conséquent, en partant de ce principe, on a utilisé la procédure implémentée « SZ.prior.evaluation » dudit package, et qui nous retourne pour chaque combinaison des valeurs des hyperparamètres les indicateurs statistiques désirés (EQM, MAE et LogMDD).

En tenant compte du domaine de définition de chaque hyperparamètre, on fera varier la valeur de ce dernier, jusqu'à l'obtention du meilleur modèle.

Première simulation :

On prend les valeurs suivantes :

$\lambda_0 = \lambda_1 = (0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1)$

$\lambda_3 = \lambda_4 = (0.5, 1, 1.5, \dots, 3)$

$\mu_5 = \mu_6 = (1, 2, \dots, 5)$

A travers ces valeurs, on obtient 32 400 combinaisons possibles pour les hyperparamètres.

EQM minimale :

D'après les résultats trouvés, l'Erreur Quadratique Moyenne minimale correspond à la combinaison suivante des hyperparamètres :

$\lambda_0 = \lambda_1 = \lambda_3 = 1$, $\lambda_4 = 3$ et $\mu_5 = \mu_6 = 1$

Cette distribution à priori nous donne le meilleur estimateur précis, parmi 32 400 distributions à priori simulées.

MAE minimale :

D'après les résultats trouvés, l'Erreur Absolue Moyenne minimale correspond à la combinaison suivante des hyperparamètres :

$\lambda_0 = \lambda_1 = 1$, $\lambda_3 = 0.5$, $\lambda_4 = 3$ et $\mu_5 = \mu_6 = 1$

Cette distribution à priori nous donne le meilleur modèle en termes de prévision, parmi 32 400 distributions à priori simulées.

Dans ce cas de figure, on passera au troisième critère.

Densité Marginale Maximale :

Vu qu'il y a divergence entre les deux critères précédents, on recourt à la quantité de la densité marginale maximale. En effet, pour la première combinaison, retenue grâce à une EQM minimale on trouve LogMDD(EQM) = 105,072 alors que pour la deuxième combinaison retenue grâce à une MAE minimale, on trouve LogMDD(MAE)=95,499 < LogMDD(EQM).

Par conséquent, on choisit la combinaison qui repose sur la notion de l'estimateur le plus précis, à savoir :

$\lambda_0 = \lambda_1 = \lambda_3 = 1$, $\lambda_4 = 3$ et $\mu_5 = \mu_6 = 1$

Toutefois, on remarque que l'hyperparamètre λ_4 prend sa valeur possible maximale, en d'autres termes, une valeur supérieure à 3 pour λ_4 pourrait nous fournir une meilleure densité à priori. Par conséquent, on a eu recourt à une deuxième simulation, en gardant toutes les valeurs précédentes, sauf pour λ_4.

Deuxième simulation :

On prend les valeurs suivantes :

$\lambda_0 = \lambda_1 = (0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1)$

$\lambda_3 = (0.5, 1, 1.5, \dots, 3)$

$\lambda_4 = (0.5,1, 1.5, \dots, 5)$

$\mu_5 = \mu_6 = (1,2, \dots ,5)$

A travers ces valeurs, on obtient 54 000 combinaisons possibles pour les hyperparamètres.

EQM minimale :

D'après les résultats trouvés, l'Erreur Quadratique Moyenne minimale correspond à la combinaison suivante des hyperparamètres :

$\lambda_0 = 1$, $\lambda_1 = 0.9$, $\lambda_3 = 0.5$, $\lambda_4 = 5$ et $\mu_5 = \mu_6 = 1$

Cette distribution à priori nous donne le meilleur estimateur précis, parmi 54 000 distributions à priori simulées.

MAE minimale :

D'après les résultats trouvés, l'Erreur Absolue Moyenne minimale correspond à la combinaison suivante des hyperparamètres :

$\lambda_0 = \lambda_1 = 1, \lambda_3 = 0.5$, $\lambda_4 = 5$ et $\mu_5 = \mu_6 = 1$

Cette distribution à priori nous donne le meilleur modèle en termes de prévision, parmi 54 000 distributions à priori simulée.

Dans ce cas de figure, on passera au troisième critère.

Densité Marginale Maximale :

Vu qu'il y a divergence entre les deux critères précédents, on recourt à la quantité de la densité marginale maximale. En effet, pour la première combinaison, retenue grâce à une EQM minimale on trouve LogMDD(EQM) = 96,874 alors que pour la deuxième combinaison retenue grâce à une MAE minimale, on trouve LogMDD(MAE)=95,242 < LogMDD(EQM).

Par conséquent, on choisit la combinaison qui repose sur la notion de l'estimateur le plus précis, à savoir :

$\lambda_0 = 1$, $\lambda_1 = 0.9$, $\lambda_3 = 0.5$, $\lambda_4 = 5$ et $\mu_5 = \mu_6 = 1$

Toutefois, on remarque que l'hyperparamètre λ_4 prend sa valeur possible maximale, en d'autres termes, une valeur supérieure à 5 pour λ_4 pourrait nous fournir une meilleure densité à priori. Par conséquent, on a eu recourt à une troisième simulation, en gardant toutes les valeurs précédentes, sauf pour λ_4.

Troisième simulation :

On prend les valeurs suivantes :

$\lambda_0 = \lambda_1 = (0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1)$

$\lambda_3 = (0.5, 1, 1.5, \dots, 3)$

$\lambda_4 = (5, 5.5, \dots, 10)$

$\mu_5 = \mu_6 = (1, 2, \dots, 5)$

A travers ces valeurs, on obtient 59 400 combinaisons possibles pour les hyperparamètres.

EQM minimale :

D'après les résultats trouvés, l'Erreur Quadratique Moyenne minimale correspond à la combinaison suivante des hyperparamètres :

$\lambda_0 = 1$, $\lambda_1 = 0.9$, $\lambda_3 = 0.5$, $\lambda_4 = 10$ et $\mu_5 = \mu_6 = 1$

Cette distribution à priori nous donne le meilleur estimateur précis, parmi 59 400 distributions à priori simulées.

MAE minimale :

D'après les résultats trouvés, l'Erreur Absolue Moyenne minimale correspond à la combinaison suivante des hyperparamètres :

$\lambda_0 = \lambda_1 = 1$, $\lambda_3 = 0.5$, $\lambda_4 = 10$ et $\mu_5 = \mu_6 = 1$

Cette distribution à priori nous donne le meilleur modèle en termes de prévision, parmi 59 400 distributions à priori simulée.

Dans ce cas de figure, on passera au troisième critère.

Densité Marginale Maximale :

Vu qu'il y a divergence entre les deux critères précédents, on recourt à la quantité de la densité marginale maximale. En effet, pour la première combinaison, retenue grâce à une EQM minimale on trouve LogMDD(EQM) = 96,717 alors que pour la deuxième combinaison retenue grâce à une MAE minimale, on trouve LogMDD(MAE)=95,085 < LogMDD(EQM).

Par conséquent, on choisit la combinaison qui repose sur la notion de l'estimateur le plus précis, à savoir :

$\lambda_0 = 1$, $\lambda_1 = 0.9$, $\lambda_3 = 0.5$, $\lambda_4 = 10$ et $\mu_5 = \mu_6 = 1$

Toutefois, on remarque que l'hyperparamètre λ_4 prend sa valeur possible maximale, en d'autres termes, une valeur supérieure à 10 pour λ_4 pourrait nous fournir une meilleure densité à priori. Par conséquent, on a eu recourt à une quatrième simulation, en gardant toutes les valeurs précédentes, sauf pour λ_4. Si ce dernier n'aboutit pas à un point appartenant à l'intervalle considéré au sens strict, on considérera que sa valeur tend vers l'infini.

Quatrième simulation :

On prend les valeurs suivantes :

$\lambda_0 = \lambda_1 = (0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1)$

$\lambda_3 = (0.5, 1, 1.5, \dots, 3)$

$\lambda_4 = (10, 12, 14, 16)$

$\mu_5 = \mu_6 = (1, 2, \dots, 5)$

A travers ces valeurs, on obtient 16 200 combinaisons possibles pour les hyperparamètres.

EQM minimale :

D'après les résultats trouvés, l'Erreur Quadratique Moyenne minimale correspond à la combinaison suivante des hyperparamètres :

$\lambda_0 = 1$, $\lambda_1 = 0.9$, $\lambda_3 = 0.5$, $\lambda_4 = 14$ et $\mu_5 = \mu_6 = 1$

Cette distribution à priori nous donne le meilleur estimateur précis, parmi 16 200 distributions à priori simulées.

MAE minimale :

D'après les résultats trouvés, l'Erreur Absolue Moyenne minimale correspond à la combinaison suivante des hyperparamètres :

$\lambda_0 = \lambda_1 = 1$, $\lambda_3 = 0.5$, $\lambda_4 = 14$ et $\mu_5 = \mu_6 = 1$

Cette distribution à priori nous donne le meilleur modèle en termes de prévision, parmi 16 200 distributions à priori simulée.

Dans ce cas de figure, on passera au troisième critère.

Densité Marginale Maximale :

Vu qu'il y a divergence entre les deux critères précédents, on recourt à la quantité de la densité marginale maximale. En effet, pour la première combinaison, retenue grâce à une EQM minimale on trouve LogMDD(EQM) = 96,687 alors que pour la

deuxième combinaison retenue grâce à une MAE minimale, on trouve LogMDD(MAE)=95,055 < LogMDD(EQM).

Par conséquent, on choisit la combinaison qui repose sur la notion de l'estimateur le plus précis, à savoir :

$\lambda_0 = 1$, $\lambda_1 = 0.9$, $\lambda_3 = 0.5$, $\lambda_4 = 14$ et $\mu_5 = \mu_6 = 1$

Cette fois, λ_4 aboutit à une valeur intermédiaire. Par conséquent, on arrête le processus de simulation des distributions à priori.

Certes, on a multiplié les simulations afin de tomber sur une meilleure distribution à priori. Mais, afin d'affirmer sur la meilleure qualité de la distribution à priori retenue suite à la quatrième simulation, on comparera tous les résultats retenus précédemment. On considérera aussi, les hyperparamètres de référence retenus au niveau de l'article de Sims et Zha.

<u>Comparaison entre les résultats trouvés :</u>

lambda 0	lambda 1	lambda 3	lambda 4	lambda 5	mu 5	mu 6	EQM	MAE	logMDD	Simulation
1	0,9	0,5	14	0	1	1	0,1609	0,0892	96,688	prior4
1	0,9	0,5	10	0	1	1	0,1610	0,0892	96,718	prior3
1	0,9	0,5	5	0	1	1	0,1617	0,0895	96,874	prior2
1	1	1	3	0	1	1	0,1627	0,0922	105,072	prior1
1	0,2	1	1	0	1	1	0,2127	0,1193	112,172	prior SZ

Tableau 6 : Les résultats des simulations pour le choix de la distribution à priori

D'après ce tableau, on remarque que la combinaison qui nous offre le couple (EQM, MAE) le plus faible est celle de la quatrième simulation. Par conséquent on retient une distribution à priori avec les hyperparamètres suivants :

$$\lambda_0 = 1 \text{ , } \lambda_1 = 0.9 \text{ , } \lambda_3 = 0.5 \text{ , } \lambda_4 = 14 \text{ et } \mu_5 = \mu_6 = 1$$

Rappelons l'approche introduite par Waggoner et Zha (2003) qui permettait de simuler la distribution à priori sur la matrice des effets instantanés A_0. En effet, ils considèrent la modélisation suivante :

$A_{0(.i)} = U_i b_i$ où $b_i \sim N(0, \tilde{S}_i)$ vecteur $q_i \times 1$ et U_i matrice $n \times q_i$ Dans notre cas, $n = 4$ et $i \in [\![1, n]\!]$.

En utilisant le logiciel R, on détermine, dans une première étape les matrices U_1, U_2, U_3 et U_4. Elles ont les valeurs suivantes :

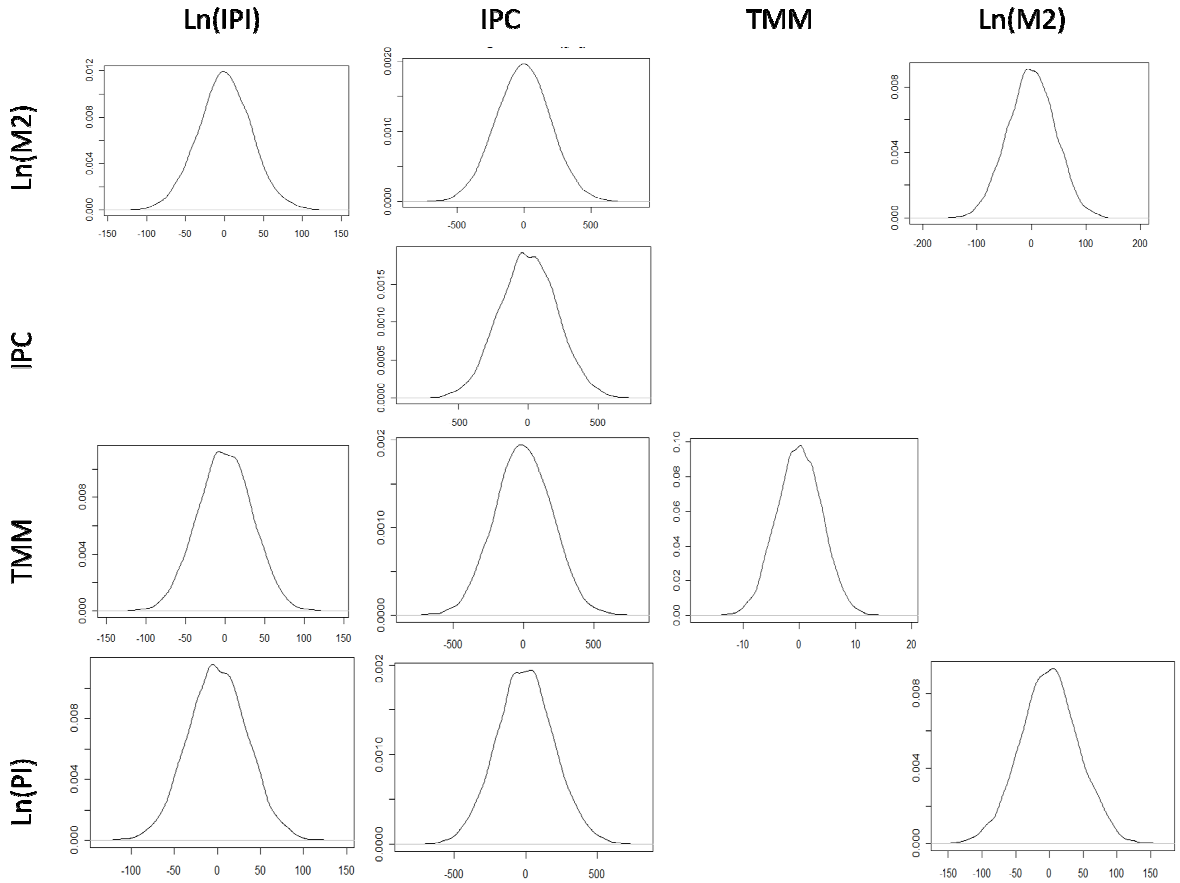
$$U_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, U_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, U_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ et } U_4 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ensuite, on a essayé d'extraire les valeurs des matrices $\tilde{S}_1, \tilde{S}_2, \tilde{S}_3$ et $\tilde{S}_4$, qui sont les suivantes :

$$\tilde{S}_i = \begin{bmatrix} 40833.4 & 0 & 0 \\ 0 & 1857.551 & 0 \\ 0 & 0 & 1179.66 \end{bmatrix}, i = \{1,4\}$$

$$\tilde{S}_2 = 40833.4,\ \tilde{S}_3 = \begin{bmatrix} 40833.4 & 0 & 0 \\ 0 & 16.004 & 0 \\ 0 & 0 & 1179.66 \end{bmatrix}$$

En s'appuyant sur ces résultats, on effectue 10000 simulations de loi normale multivariée, afin d'obtenir la distribution de chaque colonne de la matrice A_0 à partir de la méthode de Waggoner et Zha (2003). Ensuite, on obtenant les valeurs simulées, on estime la densité de chaque paramètre de ladite matrice par la méthode de noyau (kernel density estimation). Une fois toutes les densités de distribution à priori sont déterminées, on trace les courbes de ces dernières, et on obtient la matrice des distributions à priori suivante :



ı matrice des effets

3.4. Estimation du modèle B-SVAR :

Rappelons que ce chapitre fait l'objet d'une modélisation SVAR pour quatre variables intégrées d'ordre 1. Notre idée est, dés le départ, de pouvoir étudier l'impact de la politique monétaire sur les agrégats macroéconomiques en Tunisie, et d'analyser également l'impact de l'économie réelle sur la stratégie monétaire de la BCT.

Dans une première partie (section 2), on a spécifié notre approche SVAR et on a estimé le modèle à travers les techniques inférentielles connues. Certes, on a obtenu des résultats des estimations du modèle à correction d'erreur SVECM alternatif au modèle SVAR considéré, et on a pu analyser les effets des chocs structurels sur les variables et d'étudier, par la suite, la dynamique future de ces dernières. Cependant, on a évoqué au cours du premier chapitre, l'importance d'une information supplémentaire sur les données à travers l'utilisation de l'approche bayésienne, afin d'estimer le même modèle retenu.

Par conséquent, en considérant le même modèle SVAR étudié, et en introduisant la distribution à priori choisie sur les paramètres (choix expliqué dans le paragraphe précédent), on va déterminer au cours de cette section les distributions à posteriori de chaque paramètre du modèle SVAR avec des variables en niveau (On n'estime pas les mêmes paramètres du modèle à correction d'erreur spécifié au cours de la partie précédente). Il est important de noter qu'avant d'entamer la procédure d'estimation, il faudra intégrer les contraintes d'identification. On rappelle qu'au niveau de la partie précédente, on a consacré un raisonnement basé sur la notion de causalité dans le sens de Granger pour fixer des contraintes d'exclusion de court terme sur la matrice des effets instantanés. Par conséquent, on gardera les mêmes hypothèses dans le cas de l'approche bayésienne. Finalement, la matrice des effets instantanés aura la forme suivante :

$$A_0 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & a_{14} \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 \\ a_{41} & a_{42} & 0 & a_{44} \end{bmatrix}$$

Rappelons d'abord, que la forme du modèle retenu est:

$$A_0 y_t = A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + A_3 y_{t-3} + A_4 y_{t-4} + A_5 y_{t-5} + c + \varepsilon_t$$

Toutefois, le modèle estimé aura la forme suivante (après empilement des équations) :

$$YA_0' = XA_+ + E$$

Comme on a expliqué au niveau du premier chapitre, lors de la présentation de la démarche de Sims et Zha, on va déterminer les distributions suivantes :

$P(A_+|A_0)$ et $P(A_0)$ avec A_0 de dimension (n=4 x n=4) et A_+ de dimension (n*p+1=21x n*p+1=21). En effet, la matrice A_+ est formée par 5 blocs de matrices (4x4) et d'un vecteur constant.

Les résultats concernant les paramètres A_+ seront exposés au niveau des annexes. Au cours de cette partie, on s'intéressera au résultat de la distribution à posteriori de la matrice des effets instantanés, obtenue grâce à la méthode de l'échantillonnage de Gibbs, comme on l'a montré au niveau du premier chapitre.

L'approche de Sims et Zha est implémentée au niveau de la commande « szbsvar » du package « MSBVAR » du logiciel R. Une fois les distributions à posteriori sont déterminées via cette procédure, on utilise les procédures « gibbs.A0 » et « A02mcmc » afin de déterminer la distribution à posteriori complète de la matrice A_0.

<u>Résultats empiriques :</u>

Comme on vient de l'annoncer, on cherche, à travers l'algorithme de Gibbs, à déterminer la distribution à posteriori, $P(A_0)$. L'explication détaillée de l'algorithme de Gibbs existe au niveau du premier chapitre, lors de la présentation de l'approche proposée par Waggoner et Zha (2003).

On commencera par la présentation du résultat graphique, qui contient les courbes des distributions à posteriori des coefficients de la matrice A_0, non nuls (à cause de l'introduction des contraintes de court terme).

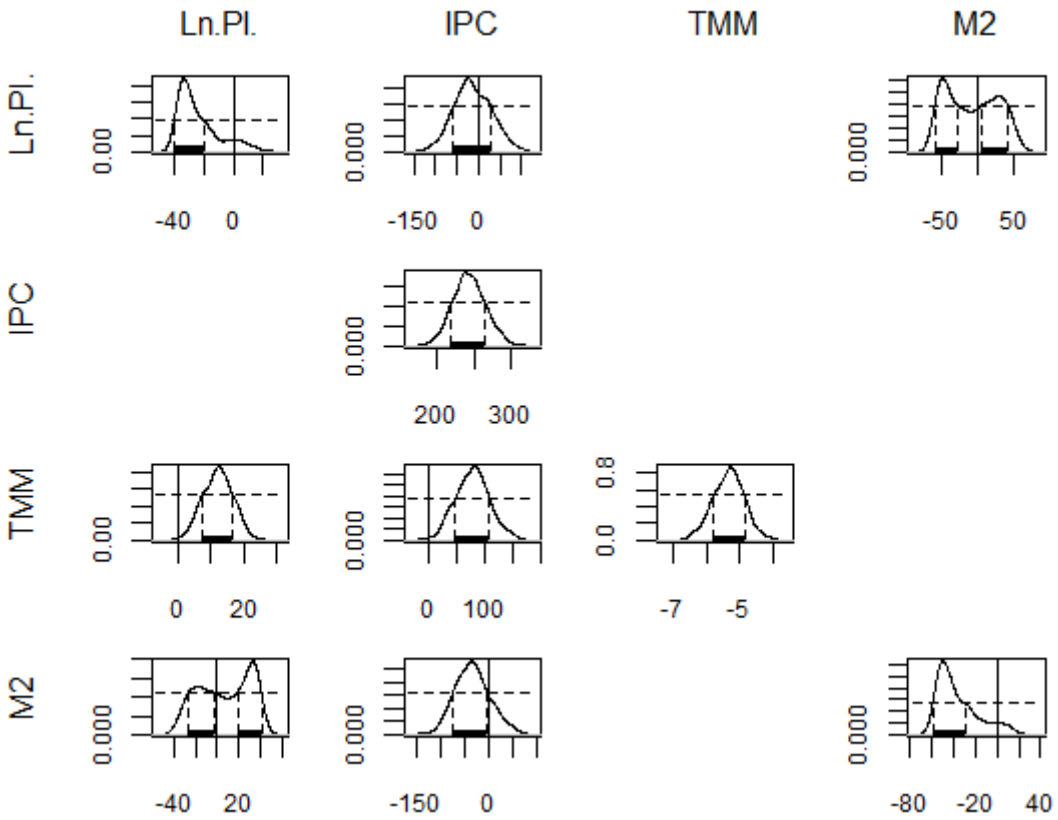


Figure 7 : Les distributions à posteriori des coefficients de la matrice des effets instantanés

Le graphique précédent représente la distribution à posteriori $P(A_0)$, suivant l'approche de Gibbs. Afin de mieux expliciter la signification de cette matrice, on a essayé d'extraire les résultats des simulations sur un fichier plat (.csv), converti ensuite en fichier Excel, et on a procédé à une analyse descriptive afin de déterminer la moyenne empirique ainsi que l'écart type de chaque coefficient de la matrice des effets instantanés A_0. Ci-dessous, la matrice récapitulative des informations descriptives sur la distribution à posteriori $P(A_0)$.

	Ln.PI.	IPC	TMM	M2
Ln.PI.	-24,04 (14.12)	243,68 (21.78)		-32,54 (36.49)
IPC		12,087 (4.64)		
TMM	-13,11 (43.03)	77,93 (30.63)	6,98 (23.30)	
M2	-7,55 (34.60)	-5,35 (0.47)		-35,59 (18.74)

Tableau 7 : Les moyennes et les écarts-type des distributions à posteriori

Les résultats empiriques présentés au niveau du tableau précédent, nous donnent une idée sur la nature des distributions à posteriori calculées pour chaque coefficient de la matrice des effets instantanés. Les résultats des distributions à posteriori des paramètres structurels seront exposés au niveau de l'annexe.

Finalement, en se basant sur ces estimations et ces résultats de l'approche bayésienne, on analysera dans la suite la dynamique des différentes variables, ainsi que leurs réactions face aux chocs structurels exogènes subis par l'économie Tunisienne.

3.5. Analyse des chocs structurels :

L'interprétation des effets des chocs structurels sur les variables du modèle a été déjà détaillée suite à l'estimation du modèle SVAR. Certes, on a dégagé des informations et des analyses pertinentes. Mais en intégrant l'approche bayésienne sur notre modèle SVAR, on avait l'intention d'améliorer la qualité prévisionnelle du modèle, afin d'avoir une meilleure analyse et par la suite déjà de meilleures stratégies.

Dans cette optique, après avoir déterminé les distributions à posteriori du modèle B-SVAR, on a voulu procéder à la même démarche de la partie précédente, en analysant les fonctions de réponse de chaque variable aux différents chocs structurels provenant de l'offre, de la demande ou de la politique monétaire, et en comparant les interprétations économiques avec celles déduites à partir du modèle SVAR.

D'un point de vue empirique, cette procédure a été réalisée en s'appuyant sur la commande « irf » du package « MSBVAR », et en traçant les graphiques des résultats, on a obtenu les figures ci-dessous exposées.

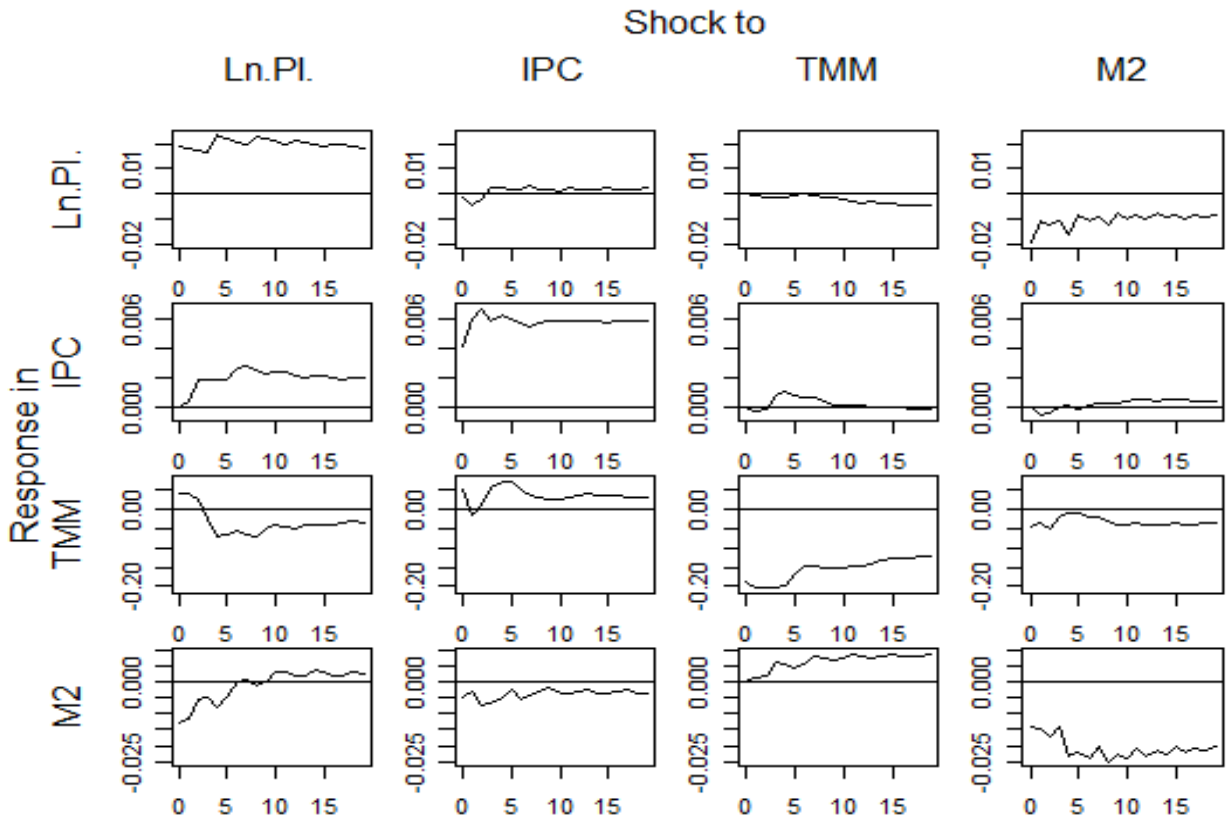


Figure 8 : Les réponses aux chocs structurels d'après le modèle B-SVAR

3.5.1. Choc d'offre :

Comme dans le cas du modèle SVAR, on est en présence d'un choc négatif d'offre, qui disparait à long terme. Ce choc engendre une hausse des prix à court terme. Cependant, contrairement aux résultats trouvés par la modélisation SVAR, le niveau des prix garde un niveau élevé constant à long terme, sans enregistrement d'aucune baisse.

Sur le plan de la politique monétaire, l'analyse à travers l'approche bayésienne, nous montre que la BCT donne une priorité absolue à la relance de l'activité économique, au détriment de la hausse des prix. En effet, les autorités tunisiennes forcent le TMM vers la baisse, et le gardent à Long Terme à un niveau bas, afin de relancer l'activité industrielle, via les canaux des crédits. Par conséquent, on conclue que l'intérêt de la relance économique l'emporte face à l'intérêt de la maitrise de l'inflation, d'après les résultats du modèle B-SVAR, contrairement aux résultats trouvés via l'approche SVAR.

Finalement, on tombe sur la même observation faite au niveau de la partie précédente. En effet, la réponse de la masse monétaire M2 est corrélée négativement avec la réponse du TMM. Par conséquent, une baisse du TMM

continue pour assurer la relance économique, encourage les ménages a consommé plus, via les crédits à la consommation offerts par les banques de la place en Tunisie, et qui sont caractérisés par des maturités courtes. D'où l'augmentation continue de l'agrégat monétaire M2, suite à un choc négatif sur l'activité.

3.5.2. Choc sur les prix :

Suite à un choc sur les prix, les résultats trouvés en termes du sens de la dynamique des variables sont les mêmes que ceux trouvés à l'aide du modèle SVAR. Par conséquent, on ne va pas s'attarder sur une nouvelle interprétation de ces derniers.

3.5.3. Choc de politique monétaire :

Un choc positif sur le TMM via une politique de resserrement par la BCT, impacte négativement la production industrielle, d'où une contraction l'activité économique réelle, à court et à long termes (résultat prouvé par le modèle SVAR). Toutefois, l'impacte négatif sur les prix ne dure pas dans le temps, contrairement à l'analyse SVAR. En effet, après moins de 3 périodes, les prix enregistrent une légère augmentation, pour rejoindre un niveau d'équilibre, avec la disparition de l'effet positif du TMM.

En outre, l'agrégat monétaire répond à court terme et à long terme par une hausse continue. Ce résultat a été expliqué au niveau du modèle SVAR, par les placements effectués par les agents économiques sur les comptes à terme, d'une part. D'autre part, la baisse aussi, peut expliquer une augmentation des encours à vue des banques.

3.5.4. Choc de demande de monnaie :

Dans le cadre de la modélisation B-SVAR, on remarque qu'un choc négatif sur la demande de monnaie, a un impact positif léger sur le TMM qui a son tour impacte légèrement l'activité industrielle vers la baisse. En outre, une légère baisse sur les prix est observée. Certes, à court terme on observe les mêmes sens de la dynamique trouvés au niveau de l'approche SVAR, mais avec des magnitudes moindres. Cependant, un choc monétaire n'a aucun impact sur les variables économiques tunisiennes, à long terme, d'après notre approche bayésienne.

Conclusion :

En partant d'une problématique monétaire et de notre intérêt de découvrir les interactions entre différentes variables économiques et monétaire, on a essayé de trouver les réponses en s'appuyant sur la modélisation SVAR. Certes, cette approche

de modélisation nous a permis de comprendre la dynamique et de prévoir le comportement des variables économiques suite à différents chocs qui peuvent surgir dans l'économie tunisienne. Mais, d'après la littérature théorique et empirique, plusieurs auteurs ont mis l'accent sur les limites de l'approche économétrique classique qui repose totalement sur l'information obtenue par les données historiques. Pour remédier à ces limites, des études récentes proposent d'introduire des informations supplémentaires sur la modélisation à partir d'une information à priori, d'où l'idée de l'introduction de l'approche bayésienne. C'est dans ce cadre qu'on essayé de raffiner notre étude, en introduisant une distribution à priori sur la matrice des effets instantanés avant de passer à l'estimation du modèle en question.

Certes, on a remarqué quelques différences au niveau des résultats, mais ceci n'explique pas quel modèle répond mieux à nos intérêts. Pour ce faire, il faudra passer à une comparaison entre les deux modèles économétriques utilisés. Dans ce cadre, on tient à rappeler les approches de comparaison des modèles économétriques qu'on a présentées lors du premier chapitre. En effet, dans un premier temps on comparera les deux modèles en s'appuyant sur le critère de l'erreur quadratique moyenne de prévision. Ensuite, on utilisera le test de Diebold-Mariano pour analyser la significativité de différence des deux modèles en termes d'erreur de prévision. Finalement, on terminera notre travail de comparaison par le test de Harvey, Leybourne et Newbold pour voir s'il y a un seul modèle qui pourrait expliquer la prévision combinée.

4. Comparaison des performances entre le modèle SVAR et le modèle B-SVAR :

4.1. Critère de l'Erreur Quadratique Moyenne de Prévision :

On rappelle que notre base de données contient 65 observations, s'étalant du premier trimestre de l'année 1993 jusqu'au premier trimestre de l'année 2009. Ainsi, pour effectuer notre démarche de comparaison, on passera par trois étapes. Dans la première étape, on estimera les deux modèles (en utilisant les mêmes paramètres utilisés précédemment : nombre de retard, nombre de relation de cointégration, la distribution à priori…) pour une série d'observations allant du premier trimestre 1993 au 3ème trimestre 2006, et on simulera les prévisions sur les 10 périodes restantes. Ensuite, pour la deuxième étape, on considérera pour les estimations la période du 1er trimestre 1993 jusqu'au 1er trimestre 2004, et on simulera les prévisions pour les 20 périodes qui suivront. Enfin, les prévisions simulées s'étaleront sur 28 périodes entre le deuxième trimestre 2002 et le premier trimestre de l'année 2009.

Sur la base des différentes prévisions simulées, on calculera l'EQMP variable par variable ensuite on déterminera le paramètre EQMP du modèle. Les résultats obtenus seront exposés au niveau du tableau suivant.

		EQMP		Différence SVAR-BSVAR
		SVAR	B-SVAR	
10 périodes	IPI	0,04	0,05	0,00
	IPC	0,01	0,02	0,00
	TMM	0,58	0,32	0,26
	M2	0,03	0,02	0,01
	Total	0,29	0,16	0,13
20 périodes	IPI	0,11	0,09	0,02
	IPC	0,01	0,02	0,00
	TMM	1,53	1,17	0,36
	M2	0,02	0,05	-0,03
	Total	0,77	0,59	0,18
28 périodes	IPI	0,19	0,13	0,06
	IPC	0,02	0,02	0,00
	TMM	0,83	0,52	0,31
	M2	0,06	0,08	-0,02
	Total	0,43	0,27	0,16

Tableau 8 : Les résultats de l'indice EQMP

D'après ce tableau on remarque que d'un point de vue global, le modèle B-SVAR offre dans tous les cas des meilleures prévisions que celles produites par le modèle SVAR, vu que l'indice de l'erreur quadratique moyenne de prévision du modèle B-SVAR est plus petit que celui du modèle SVAR. Par conséquent, l'intégration de l'approche bayésienne a amélioré la précision du modèle, d'un point de vue global.

Certes, selon cette vision d'analyse l'apport de l'approche bayésienne en termes de précision est clair. Toutefois, si on analyse cet indicateur de précision variable par variable, on aura d'autres interprétations intéressantes. En effet, on remarque qu'au niveau de tous les horizons, il n'y a pas une grande différence entre les deux modèles (avec un privilège léger pour le modèle B-SVAR). Cependant, au niveau des prévisions concernant la politique monétaire de la BCT, à travers l'instrument du TMM, on remarque que l'approche B-SBAR est nettement meilleure que l'approche SVAR.

Par conséquent, on peut conclure que l'introduction de l'information à priori a amélioré le potentiel de précision de la modélisation SVAR et surtout au niveau de la

variable de la politique monétaire. En effet, la considération d'une information supplémentaire a un effet positif sur les prévisions du TMM.

Pour résumer, l'analyse de l'EQMP nous a permit de constater que l'approche bayésienne améliore nettement les prévisions de toutes les variables sur tous les horizons et surtout celles de la variable de la politique monétaire, le TMM. Cependant, la question qu'on pourrait poser : est ce que cette différence est significative statistiquement ? Pour répondre à cette question, on recourra au test de Diebold-Mariano, présenté précédemment.

4.2. Test de Diebold-Mariano :

Avant de procéder au test, comme on l'a présenté, on a passé par un travail préliminaire. En effet, on a gardé les séries de prévision utilisées pour le calcul de l'EQMP (10 périodes, 20 périodes et 28 périodes), et on a déterminé par la suite les fonctions de perte $L(\varepsilon_t^i)$, comme on l'a déjà défini. Finalement, on a calculé la série d_t de la différence entre les deux fonctions de perte.

Il faut noter que la série d_t est calculée pour chaque variable pour former ainsi une matrice de différence des fonctions de perte notée D. Ensuite, on détermine la quantité $\bar{d}$ pour chaque variable, ainsi que l'estimation de la variance de long terme de chaque vecteur de la matrice *D.* La variance de long terme est estimée par une estimation non paramétrique par noyau gaussien. A l'aide du package « sandwich » du logiciel R, on trouve la commande « lrvar » qui nous déterminera l'estimation de la variance de long terme de chaque vecteur d_t.

Une fois les paramètres de la statistique DM sont calculés, on détermine la valeur de cette dernière et on la compare par rapport à la distribution normale centrée réduite à un niveau de confiance de 95%. A ce niveau, il serait intéressant de rappeler que si |DM|>1.96, alors l'hypothèse de l'égalité entre les fonctions de perte est rejetée avec un risque d'erreur de 5%.

Les résultats empiriques pour toutes les variables et pour tous les horizons de prévision, sont exposés au niveau du tableau suivant. Si la différence entre les fonctions de perte des deux modèles est significative, on notera la statistique DM calculée par « * ».

	IPI	IPC	TMM	M2
10 périodes	-0,08	-2,83(*)	9,12(*)	2,84(*)
20 périodes	9,56(*)	-0,12	7,54(*)	-18,10(*)
28 périodes	12,79(*)	0,13	3,99(*)	-4,82(*)

Tableau 9 : Les résultats du test de Diebold-Mariano

D’après le tableau ci-dessus, on remarque qu’il y a une différence significative entre les fonctions de perte fournies par les deux modèles, uniquement pour trois cas où il existe une égalité statistique au niveau des fonctions de perte, à savoir (IPI pour 10 périodes de prévisions, IPC pour 20 périodes de prévisions et pour 28 périodes de prévisions). Par conséquent, on peut conclure à une différence entre les pertes fournies par les deux modèles SVAR et BSVAR.

Ainsi, on s’appuyant sur le tableau de l’EQMP, on trouve les résultats suivants :

- Sur un horizon de 10 périodes, le modèle B-SVAR améliore nettement et avec une significativité statistique toutes les prévisions des variables considérées

- Sur un horizon de 20 périodes (5 ans), le modèle B-SVAR apporte une amélioration significative par rapport au modèle SVAR pour toutes les variables, sauf pour la variable M2. On effet, les prévisions fournies par le modèle SVAR sont meilleures concernant cette variable à un horizon de 20 périodes.

- Sur un horizon de 28 périodes (7 ans) on tombe sur les mêmes résultats et interprétations trouvés au niveau d’un horizon de 20 périodes.

Pour conclure, on peut dire qu’en général, l’approche bayésienne a amélioré le pouvoir prédictif de la modélisation en introduisant la distribution à priori. Encore une fois, on trouve que cette approche est plus efficace au niveau de la variable de la politique monétaire de la BCT, le TMM.

Certes, dans la plus part des cas, la prévision fournie par l’approche bayésienne est la meilleure, vu qu’elle améliore la précision. Mais comme on a évoqué précédemment, on peut tomber sur une prévision combinée qui améliore même les prévisions de l’approche bayésienne. Ce cas de figure existe lorsqu’il a absence de dominance par l’un des modèles. Pour répondre à cette problématique, on recourra au test de dominance proposé par Harvey, Leybourne et Newbold, pour voir s’il y a une alternative de trouver une meilleure prévision à partir des deux modèles traités, ou si un des modèles domine l’autre et par conséquent il formera seul la meilleure prévision.

4.3. Test de la dominance de prévision :

Durant notre travail, on est parti de deux approches de modélisation (SVAR et B-SVAR), ensuite on a utilisé chaque approche à part pour projeter nos variables dans le futur. Ainsi on a obtenu les observations prévues $y_t^{p,1}$ et $y_t^{p,2}$ qui découlent respectivement de la modélisation B-SVAR et de la modélisation SVAR. Certes, on pourrait considérer une autre approche de modélisation et obtenir une autre série de prévision, mais plusieurs auteurs tels que Granger et Newbold (1986) nous ont fait remarqués qu'il était possible d'améliorer les prévisions des deux modèles retenus en partant du principe de la prévision combinée. En effet, ils ont montré l'existence d'un réel λ∈ [0,1], tel que la nouvelle projection $y_t^{p,c} = (1-\lambda)y_t^{p,1} + \lambda y_t^{p,2}$.

Toutefois, si par exemple le modèle M1 est riche en information et donne déjà la meilleure prévision, alors on tombera sur un paramètre λ = 0, et dans ce cas on dira que le modèle M1 domine le modèle M2. Dans ce cadre, on s'intéressera au niveau de cette section à tester si les prévisions fournies par l'approche bayésienne dominent celles fournies par l'approche SVAR ou si les prévisions des deux modèles peuvent se compléter pour donner des meilleurs résultats.

D'un point de vue empirique, on a retenu les projections effectuées au niveau des deux tests précédents sur les 3 horizons considérés (10 périodes, 20 périodes et 28 périodes). Ensuite, on a calculé les écarts par rapport aux observations réalisées ($e_{B-SVAR,t}$ et $e_{SVAR,t}$) pour déterminer finalement la fonction du test $f_t = e_{B-SVAR,t}(e_{B-SVAR,t} - e_{SVAR,t})$. On rappelle dans ce cadre que l'hypothèse nulle du test adoptée est $H_0: E(f_t) = 0$, et que sous cette dernière la statistique $HLN = \frac{\sqrt{T-T_0}\bar{f}}{\hat{\sigma}_{HLN}}$ suit une loi normale centrée réduite.

La variance de Long Terme $\hat{\sigma}_{HLN}$ sera estimée en s'appuyant sur l'estimation non paramétrique par noyau gaussien, tel était le cas précédemment, et on utilisera la même commande implémentée sur le logiciel R à partir du package « sandwich ».

Les résultats empiriques pour toutes les variables et pour tous les horizons de prévision, sont exposés au niveau du tableau suivant. Si l'hypothèse de la domination des prévisions fournies par l'approche bayésienne est valide, on notera la statistique HLN calculée par « * ».

	IPI	IPC	TMM	M2
10 périodes	1,93(*)	1,87(*)	-8,83	5,68
20 périodes	-15,91	1,36(*)	-9,37	15,15
28 périodes	-10,11	2,93	11,67	0,15(*)

Tableau 10 : Les résultats du test de la dominance des prévisions

D'après ce tableau on constate que l'hypothèse nulle (les prévisions du modèle B-SVAR dominent celles du modèle SVAR) est rejetée dans la plupart des cas, sauf à trois reprises (les projections de l'IPI sur 10 périodes et les projections de l'IPC sur 10 périodes et 20 périodes).

Par conséquent, on peut dire que les prévisions fournies par le modèle B-SVAR sont, certes, meilleures que celles fournies par le modèle SVAR, d'après les tests précédents. Cependant, ces dernières peuvent être améliorées en jouant sur la notion de la combinaison des prévisions. En effet, d'après l'approche de Harvey, Leybourne et Newbold, les projections déduites du modèle SVAR peuvent améliorer celles obtenues par l'approche bayésienne qu'on a utilisée au niveau de ce travail.

Conclusion

Suite à ce travail, on a pu établir des connexions existantes au niveau de l'économie tunisienne, entre des variables économiques et des variables monétaires. En effet, les résultats et les analyses qu'on a menés, ont montré que l'entité de la politique monétaire, à savoir la BCT, peut impacter l'économie réelle dans le sens positif comme dans le sens négatif, selon ses stratégies et ses politiques suivies. Ce volet économique a été démontré par deux approches : une approche SVAR et une approche B-SVAR. Grâce à cette diversification au niveau de notre travail on a pu dégager un deuxième résultat concernant les techniques d'estimation utilisées. En effet, l'intégration de l'approche bayésienne nous a flexibilisé la modélisation via l'introduction de la distribution à priori, ce qui a donné plus de richesse à l'analyse, vu que l'output n'est plus uniquement des nombres estimés mais des distributions de probabilités au niveau de chaque coefficient de la matrice des effets instantanés entre les variables économiques. Cette diversité entre les techniques utilisées, nous a poussé à se questionner par rapport à leurs performances. Cette analyse de performance nous montrer que l'intégration de l'approche bayésienne a remarquablement améliorer les précisions des estimations et des prévisions.

Par conséquent, par ce travail on a pu démontrer l'existence d'interactions entre les variables économiques et monétaires en Tunisie, à court terme et à long terme. Toutefois, le questionnement reste par rapport à la meilleure méthode à utiliser pour avoir les meilleures analyses et prévisions. Selon la structure de notre base de données, on a pu démontrer, grâce à une étude expérimentale et comparative que l'approche B-SVAR donne de meilleurs résultats que l'approche SVAR. Ce résultat expérimental vient renforcer les résultats prouvés par la littérature, qui montrent que grâce à l'intégration d'une information à priori sur les données historiques, les performances de modèle seront meilleures.

Certes, ce travail nous a fourni la possibilité de voir l'intérêt de complexifier les approches de modélisation afin d'avoir une meilleure visibilité sur l'économie tunisienne. Cependant, il n'est pas épargné des limites qui peuvent faire l'objet d'autres études. En effet, on peut, dans un premier temps, flexibiliser les contraintes sur les hyperparamètres du modèle B-SVAR en introduisant des distributions à priori sur la forme cointégré, ainsi on parle d'un modèle B-CSVAR formalisé par M. Villani 2003. Dans un deuxième temps, on pourrait penser à comparer les deux approches,

bayésienne et classique, en s'appuyant sur plusieurs base de données, afin d'augmenter les chances de l'expérimentation. Ces ouvertures peuvent faire l'objet d'autres travaux dans ce sens qui chercheront à fournir des outils plus sophistiqués et plus pointus pour aider les décideurs économiques et monétaires dans la prise de leurs positions stratégiques.